

彰化縣彰化高中 113 上高二第二次期中考

參考對數值： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 7 \approx 0.8451$

一、單選題（占 20 分）

說明：第 1 題至第 5 題，每題 4 分。

1. 比較 $a = \frac{1}{3\sqrt{3}}$ ， $b = \sqrt{\frac{1}{3}}$ ， $c = \sqrt[3]{\frac{1}{9}}$ ， $d = \sqrt[4]{\frac{1}{27}}$ ， $e = \sqrt[5]{\frac{1}{81}}$ 之大小關係，試問何者最大？

- (1) a
- (2) b
- (3) c
- (4) d
- (5) e

2. 令 $a = \log 2$ ， $b = \log 3$ ，若以 a ， b 表示 $\log_5 72$ ，則下列何者正確？

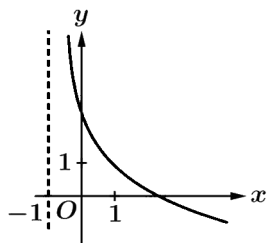
- (1) $\frac{6ab}{1-a}$
- (2) $\frac{2a+3b}{1-a}$
- (3) $\frac{3a+2b}{1-a}$
- (4) $\frac{2a+3b}{a}$
- (5) $\frac{3a+2b}{a}$

3. 試問方程式 $\frac{x}{10} = |\log x|$ 有多少實根？

- (1) 0
- (2) 1
- (3) 2
- (4) 3
- (5) 4

4. 圖為 $y = a + \log_b(x + c)$ 的圖形，當 x 值愈接近 -1 時， y 值愈大，則下列選項何者正確？

- (1) $a < 0, 0 < b < 1, c > 0$
- (2) $a > 0, 0 < b < 1, c < 0$
- (3) $a > 0, b > 1, c > 0$
- (4) $a > 0, b > 1, c < 0$
- (5) $a > 0, 0 < b < 1, c > 0$



5. 若 $a = \log \frac{2023 + 2024}{2}$ ， $b = \frac{\log 2023 + \log 2024}{2}$ ， $c = 10^{0.85}$ ， $d = \frac{10^{0.8} + 10^{0.9}}{2}$ ，

試比較四數之大小，下列何者正確？

- (1) $a > b > c > d$
- (2) $a > b > d > c$
- (3) $c > d > b > a$
- (4) $d > c > b > a$
- (5) $d > c > a > b$

二、多選題（占 60 分）

說明：第 6 題至第 10 題，每題 6 分。(6-4-2-0)

6. 試問下列選項何者正確？

- (1) $\log(22 - 2) = \frac{\log 22}{\log 2}$
- (2) $\log_{(-2)}(-8) = 3$
- (3) $\log(e - 3)^2 = 2 \log(e - 3)$
- (4) $\log_3 4 \times \log_2 3 = 2$
- (5) $\frac{\log 27}{\log 3} = \frac{\log 64}{\log 4}$

7. 小花把 1 萬元存入 A 銀行，不管是採「單利計息」或「複利計息」，銀行所給的年利率皆為 2%，則關於利息的比較，下列哪些選項正確？

- (1) 若採單利計息，每年計息一次，存款 2 年，則該銀行所給的利息為 400 元
- (2) 若採單利計息，每半年計息一次，存款 2 年，則該銀行所給的利息為 400 元
- (3) 若採複利計息，每年計息一次，存款 2 年，則該銀行所給的利息為 404 元
- (4) 若採複利計息，每半年計息一次，存款 2 年，則該銀行所給的利息為 408 元
- (5) 若存款 10 年，採複利計息，則「每年計息一次」的利息會比「每半年計息一次」的利息多

8. 函數 $y = f(x) = 3^{-x+2} - 4$ 其圖形為 Γ ，試問下列敘述何者正確？

- (1) $f(x)$ 為遞增函數
- (2) 將 $y = 3^{-x}$ 的圖形向左平移 2 單位，再向下平移 4 單位即可得圖形 Γ
- (3) Γ 上任意相異兩點所連成的直線斜率均為負數
- (4) Γ 與 $y = \log_3(x+2) - 4$ 的圖形恰有一交點
- (5) Γ 與 $y = 3^{-x}$ 的圖形沒有交點

9. 若 $a = 9^{10}$ ， $b = 8^{12}$ ，下列選項何者正確？

- (1) $a < b$
- (2) ab 為 20 位數
- (3) $a + b$ 為 11 位數
- (4) $a + b$ 的個位數字為 7
- (5) $\frac{1}{a}$ 在小數點後第 9 位開始不為零

10. 已知 a, b, c 皆為正整數且滿足 $a^{\log_b c} = a + b + c = 9$ ，求 $a^2 + bc$ 可能的值為？

- (1) 16
- (2) 17
- (3) 19
- (4) 20
- (5) 22

三、填充題（占 50 分）

說明：第 11 題至第 20 題。										
答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
分數	6	12	18	23	28	33	38	42	46	50

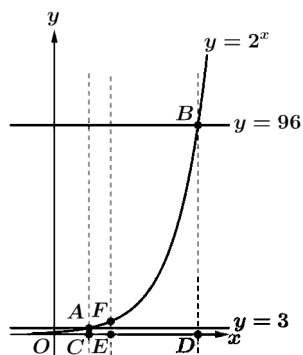
11. 求方程式 $9^x - 2 \times 3^{x+1} - 27 = 0$ 之解為【 】。

12. 求 $\left(\log_5 \sqrt{3} + \log_{\frac{1}{25}} \frac{1}{3}\right) (\log_3 5 - \log_{27} 0.2)$ 之值為【 】。

13. 求方程式 $\log_2(x-1) = 3$ 之解為【 】。

14. 求不等式 $\log_3 \left(\log_{\frac{1}{2}}(x-1)\right) \leq 1$ 之解為【 】。

15. 如圖， $y = 2^x$ 的圖形分別與直線 $y = 3$ 及 $y = 96$ 交於 A, B 兩點，過 A, B 兩點對 x 軸作鉛垂線得垂足 C, D 。已知 $\overline{CD}$ 上有一點 E ，且 $\overline{CE} = \frac{1}{5}\overline{CD}$ 。若由 E 對 x 軸作鉛垂線交 $y = 2^x$ 於 F ，求點 F 的 y 坐標為【 】。



16. 假設放射性元素鐳的半衰期(即其衰變成原質量一半所需的時間)為 1600 年，試求其衰變為原質量之 $\frac{4}{5}$ 所需的時間至少需【 】年。

17. 坐標平面上過點 $A(4, 1)$ 且與直線 $L: x - y = 0$ 垂直的直線，分別與 $y = 2^x$ 及 $y = \log_2 x$ 交於 P, Q 兩點，則 $\overline{AP} + \overline{AQ}$ 之值為【 】。

18. 設 $10 < x < 100$ ，且 $\log x^2$ 與 $\log \frac{1}{x}$ 之尾數相同，則 x 值為【 】。

19. 設 N 為二位數的正整數，且化簡 $\log_{72} N - \log_{72} \frac{13}{135} + \log_{72} \frac{32}{5}$ 後所得的值為正整數，則 $N =$ 【 】。

20. 設 a 為正實數，且 $a^{\log_3 7} = 3\sqrt{3}$ ，則 $a^{(\log_3 7)^2}$ 之值為【 】。

參考答案

1. 2 2. 3 3. 4 4. 5 5. 5

6. 45 7. 123 8. 34 9. 134 10. 25

11. $x = 2$

12. $\frac{4}{3}$

13. $x = 9$

14. $\frac{9}{8} \leq x \leq 2$

15. 6

16. 516

17. $3\sqrt{2}$

18. $10^{\frac{4}{3}}, 10^{\frac{5}{3}}$

19. 78

20. $7\sqrt{7}$