

台北市中山女高 113 上高一第一次期中考

一、單選題（占 15 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題 5 分。

1. 假設 a, b, c 是實數且滿足 $\log a = 2.2$, $\log b = 3.3$, $\log c = 4.4$, 試選出正確的選項。

- (1) $10a = 10^{2.3}$
- (2) $a + c = 2b$
- (3) $c = 4 \times 10^4$
- (4) $ab = 10^{5.5}$
- (5) $a + b + c = 10^{9.9}$

2. 在西元 1970 年，動物學家開始研究某種瀕臨絕種生物的族群數量。經過調查後，該年度此生物僅存 10240 隻，考慮此生物的生存情況，每經過十年，此生物的數量會變成十年前的 a 倍，動物學家從 1970 年之後每十年調查一次，最近一次調查在西元 2020 年，只剩下 320 隻。請問在此規律之下，最快從在西元幾年的調查開始，動物學家會發現此生物剩下不到 100 隻？

- (1) 2030 年
- (2) 2040 年
- (3) 2050 年
- (4) 2060 年
- (5) 2730 年

3. *Gutenberg – Richter* 定律是地震學中的一個經驗關係。它提供了一個數學模型來預測各種規模的地震在一定時間內的發生次數。該定律使用以下式子計算： $\log N_M = 6 - 1.301M$ ，其中 M 是地震的規模， N_M 是規模大於 M 的地震累積數量。請問超過規模 3 的地震累積數量是超過規模 4 的地震累積數量的幾倍？

(參考數值 $\log 2 \approx 0.3010$, $\log 3 \approx 0.4771$, $\log 7 \approx 0.8450$)

- (1) 5 倍
- (2) 10 倍
- (3) 20 倍
- (4) 70 倍
- (5) 300 倍

二、多選題（占 32 分）

說明：第 4 題至第 7 題，每題 8 分。(8-5-2-0)

4. 已知 $a = 7$ ， $b = \frac{36}{5}$ ， $c = \sqrt{63}$ ， $d = \pi$ ，並將四數標記在數線上，即 $A(a)$ ， $B(b)$ ， $C(c)$ ， $D(d)$ ，試選出正確的選項。

- (1) d 是不等式 $|x - 3| \leq 1$ 的解
- (2) $5b + 63c$ 為一個有理數
- (3) 點 B 與點 D 的中點位於點 A 的右邊
- (4) ad 為無理數
- (5) 若有一實數 x 且 $x^2 > d^2$ ，則可得 $x > d$

5. 請選出正確的選項。

- (1) $(-2)^0 = 1$
- (2) $3^{-5} = \frac{1}{3^5}$
- (3) $(\sqrt{3 - \sqrt{8}})^7 \times (\sqrt{3 + \sqrt{8}})^7 = 1$
- (4) $(2)^{\frac{5}{3}} = \sqrt[5]{8} = (\sqrt[5]{2})^3$
- (5) $0.5 < (0.\overline{3})^{\frac{1}{2}} < 0.7$

6. 請選出正確的選項。(參考數值 $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 7 \approx 0.8450$)

- (1) 對每個 $a > 0$ ，都有唯一的實數 x 滿足 $10^x = a$ ，這個實數 x 記為 $\log a$
- (2) 若 a, b 為正實數 $\log a = 1.5$ 且 $\log b = 2.2$ ，則 ab^2 的整數部分為 6 位數
- (3) $\log 101415$ 介於 5 與 6 之間
- (4) 1.3579×10^{-7} 的小數點後第 8 位數字開始不為 0
- (5) 2^{70} 的整數部分為 22 位數

7. 數線上有 A, B, P 三點，坐標分別是 a, b, x ，已知 $a < b$ 而且 $2|x - a| = 3|x - b|$ ，請選出正確的選項。

(1) P 點在 $\overline{AB}$ 之間

(2) $\overline{PA} : \overline{PB} = 3 : 2$

(3) $x = \frac{2a + 3b}{5}$

(4) $x > \frac{a + b}{2}$

(5) 若有 D 點坐標為 d 且滿足 $d = \frac{7}{5}a - \frac{2}{5}b$ ，則 A 點在 D 點與 B 點之間

三、填充題（占 45 分）

說明：第 8 題至第 15 題，每格 5 分。

8. 設 x, y 為循環小數，且 $x = 0.1\overline{2}$ ， $y = 0.\overline{01}$ ，則 $x + y$ 的值等於【 】。（答案以最簡分數表示）

9. 設 x, y 為有理數，且 $x - \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} = 4 + y\sqrt{9 + 4\sqrt{5}}$ ，則數對 $(x, y) =$ 【 】。

10. 化簡 $\sqrt[3]{2\sqrt{81}} \times 4^{\frac{2}{3}} \times 6^{\frac{1}{3}} \times 7^{-2} =$ 【 】。（答案以最簡分數表示）

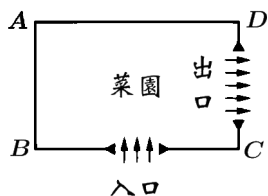
11. 試求 $\log(10^{12}) + 10^{\log 7} + \log 0.01 =$ 【 】。

12. 設 $2x + \frac{1}{x} = 5$ ，試求

(1) $4x^2 + \frac{1}{x^2} =$ 【 】。

(2) $8x^3 + \frac{1}{x^3} =$ 【 】。

13. 設 $a^{2x} = 2 + \sqrt{3}$ ，試求 $\frac{a^{3x} - a^{-3x}}{a^x - a^{-x}} =$ 【 】。
14. 設 a 、 b 為實數，若不等式 $|ax + 3| \geq b$ 的解 $(-\infty, -1] \cup [4, \infty)$ ，則數對 $(a, b) =$ 【 】。
15. 農夫想用長 25 公尺的竹籬笆圍成一座長方形的菜園，如圖所示，其中 $\overline{BC}$ 邊的中央留 2 公尺的入口， $\overline{CD}$ 邊的中央留 3 公尺的出口，則此菜園面積的最大值為【 】平方公尺。



四、計算題（占 8 分）

說明：第 16 題，每題 8 分。

16. 試解絕對值不等式 $|x - 1| \geq |3x + 2| + 1$

參考答案

1. 4 2. 2 3. 3

4. 14 5. 1235 6. 1235 7. 245

8. $\frac{131}{990}$

9. $(1, -1)$

10. $\frac{12}{49}$

11. 17

12. (1) 21；(2) 95

13. 5

14. $(-2, 5)$

15. $\frac{225}{4}$

16. $-1 \leq x \leq -\frac{1}{2}$