

台北市成功高中 113 上高一第一次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 90 分）

一、多選題（占 24 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題 8 分。(8-5-2-0)

1. 下列敘述何者正確？

(1) 若 $\frac{532 \cdot a}{105}$ 為有限小數，則 a 為 3 的倍數

(2) $5^{\frac{1}{3}}$ 和 4 之間存在無限多個有理數及無理數

(3) 若 $a, b \in \mathbb{R}$ 且 $ab \neq 0$ ，則 $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$

(4) 可以用尺規作圖在數線上標示代表 $\sqrt{9 + \sqrt{80}}$ 的點

(5) 指數式 $(-64)^{\frac{1}{3}} = -4$

2. 下列選項中方程式及其解情形，哪些正確？

(1) $(x - 2y)^2 + (x + 3y + 1)^2 = 0$ 僅有一組實數解 (x, y)

(2) $3|x - 1| + 2|y + 2| = 2$ 僅有一組實數解 (x, y)

(3) $(2 + \sqrt{3})x + (1 - \sqrt{3})y = 7 + \sqrt{3}$ 僅有一組實數解 (x, y)

(4) $2^x + 2^{-x} = 2$ 僅有一實數解

(5) $x^{\sqrt{x}} = x^{\frac{3}{2}}$ 之實數 x 有兩解

3. 已知 $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ，試問下列哪些選項是正確的？

(1) $\log 5 \approx 0.6990$

(2) $10^{\log 2} - \log 6 + \log \sqrt[3]{10} \approx 1.4219$

(3) 若 $\log a \approx -2.3010$ ，則 $a \approx 0.02$

(4) 5^{-20} 在小數點後第 13 位才出現不為 0 的數字

(5) 5^{-20} 在小數點後，第一個不為 0 的數字是 1

二、填充題（占 66 分）

說明：第 4 題至第 12 題，每題 6 分。

4. 比較下列數字大小， $a = \frac{\sqrt{2} + 3\sqrt{5}}{4}$ ， $b = \frac{5\sqrt{2} + \sqrt{5}}{6}$ ， $c = \frac{\sqrt{2} + 2\sqrt{5}}{3}$ ， $d = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{5}}{2}$ ：
【 】。

5. 試計算 $(-3)^3 \cdot \left(\frac{9}{25}\right)^{-\frac{3}{2}} - (-1)^0 \cdot \sqrt[4]{81} + \left((2)^{3+\sqrt{2}}\right)^{3-\sqrt{2}} =$ 【 】。

6. 實數 x, y 滿足 $4^x = 216$ ， $36 = 9^y$ ，試求 $\frac{6}{x} + \frac{4}{y} =$ 【 】。

7. 解方程式 $|x - 4| - |x + 3| = 2$ ：【 】。

8. 試求不等式 $3 - |x - 2| > |2x - 3|$ 之解的範圍【 】。

9. 已知 $|x - 1| \leq 4$ ， $-2 \leq y \leq 3$ ，若 $x^2 - 5y$ 之最大值為 M ，最小值為 m ，求 $M + m =$ 【 】。

10. 甲乙兩人打算在自主學習時間研究某社群平台粉絲專頁，在透過特定宣傳後其追蹤數的增長情形。經研究發現，在宣傳過後每天以固定倍數成長 a 倍，若宣傳 3 天後追蹤數為 2.4×10^3 ，12 天後追蹤數為 6.48×10^7 ，試問宣傳開始的原始追蹤數為何？【 】。

11. pH 值可以用來表示溶液的酸鹼程度。若 $[H^+]$ 表示溶液中氫離子的濃度，則 $pH = -\log [H^+]$ 。假設檸檬汁的 $[H^+] = 10^{-3}$ ，則檸檬汁的 $pH = 3$ 。若將 $pH = 3$ 的檸檬汁與 $pH = 4$ 的橘子汁以 1:3 比例混合，求混合溶液的 pH 值約為多少？【 】。（四捨五入至小數點以下第一位， $\log 3.25 \approx 0.5119$ ）

12. 設 $\sqrt{12 + 6\sqrt{3}}$ 的整數部分為 a ，小數部分為 b ，試求 $\frac{1}{b} + \frac{3}{a+b} =$ 【 】。

13. 若滿足不等式 $5 \leq |ax - 1| < b$ 之 x 的範圍為 $(-3, -2] \cup [c, 4)$ ，求數對 $(a, b, c) =$ 【 】。

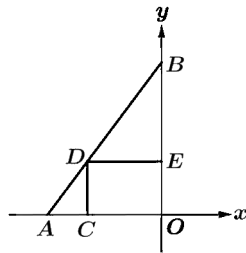
14. 已知 $a = \sqrt{3 + \sqrt{5}}$, $b = \sqrt{3 - \sqrt{5}}$, 試求 $a^3 + b^3 =$ 【 】。

第貳部分：混合題（占 10 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

15 - 17 題組

下圖為某設計師為了節省空間，在樓梯 $\overline{AB}$ 下方設置儲物間，已知 $\overline{OA} = 6$, $\overline{OB} = 8$, 儲物間的門片為矩形 $OCDE$, 試問：



15. 直線 AB 斜率為何？(單選題，3 分)

- (1) $\frac{4}{3}$ (2) $-\frac{4}{3}$ (3) $\frac{3}{4}$ (4) $-\frac{3}{4}$

16. 假設 $\overline{OC} = x$, $\overline{OE} = y$, 試求 $4x + 3y$ 之值。(非選擇題，3 分)

17. 試求矩形 $OCDE$ 面積之最大值。(非選擇題，4 分)

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 124

2. 145

3. 125

4. $a > c > d > b$

5. 0

6. 4

7. $-\frac{1}{2}$ or -5

8. $\frac{2}{3} < x \leq \frac{3}{2}$, $2 \leq x < \frac{8}{3}$

9. 20

10. 80

11. 3.5

12. 2

13. (2, 7, 3)

14. $4\sqrt{10}$

第貳部分：混合題

15. 1

16. 24

17. 12