

桃園市武陵高中 113 下高二第一次期中考

一、多選題（占 16 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題 8 分。(8-5-2-0)

1. 設空間中有三相異平面 E_1 、 E_2 、 E_3 ，三相異直線 L_1 、 L_2 、 L_3 ，判斷下列敘述何者正確？

- (1) 若 E_1 與 E_2 相交於一直線 L_2 ，且 L_1 平行 L_2 ，則 L_1 平行 E_1 或 L_1 平行 E_2
- (2) 設 E_1 與 E_2 平行，若 L_1 在 E_1 上且 L_2 在 E_2 上，則 L_1 與 L_2 平行
- (3) 若 E_1 與 E_2 垂直且 E_3 與 E_2 垂直，則 E_1 與 E_3 平行
- (4) 若 L_1 與 L_2 垂直且 L_2 與 L_3 垂直，則 L_1 與 L_3 平行或歪斜
- (5) 若 L_1 與 L_2 歪斜且 L_2 與 L_3 歪斜，則 L_1 與 L_3 平行或歪斜

2. 設 $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ ， $\vec{c}$ 為空間中三個相異的非零向量， p ， q ， r 皆為實數，判斷下列敘述何者正確？

- (1) 若 $p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c} = \vec{0}$ ，則 $p = q = r = 0$
- (2) 若 $\vec{a} = p\vec{b} + q\vec{c}$ ，則 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 上的正射影為 $p\vec{b}$
- (3) $|\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| = |(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}|$
- (4) 若 $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$ ，則 $\vec{a} = \vec{0}$ 或 $\vec{b} = \vec{0}$
- (5) $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (2\vec{a} - 3\vec{b}) = 0$

二、填充題（占 78 分）

說明：第 3 題至第 15 題，每題 6 分。

3. 若空間中四點 $(4, 0, 1)$ ， $(0, 5, 0)$ ， $(0, 0, -3)$ ， $(-7, 10, k)$ 共平面，

求 $k = \underline{\textcircled{3-1}} \underline{\textcircled{3-2}}$ 。

4. 設 $\vec{a} = (5, -3, 4)$ ， $\vec{b} = (-1, 1, 0)$ ，若 $\vec{b} \times \vec{a} = (m, n, k)$ ，

試求 $n = \underline{\textcircled{4-1}}$ 。

5. 兩平行平面 $E: x - 2y + 7z = -4$ 與 $F: 2x - 4y + 14z = 28$ 的距離為 $\sqrt{\textcircled{5-1}}$ 。

6. 設 $\vec{a} = (1, 0, 0)$, $\vec{b} = (1, -2, \sqrt{3})$, $\vec{c}$ 為空間中三個向量,

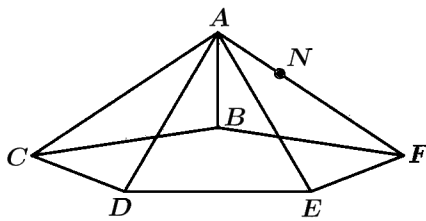
若 $|\vec{a} + \vec{c}| = 3\sqrt{2}$, 則當 $\vec{b} \cdot \vec{c}$ 有最小值, 此時 $|\vec{c}| = \sqrt{\frac{6-1}{6-2}}$ 。

7. 已知 θ 為平面 $E: x - 2y + z = 5$ 與 xz 平面的一個夾角, 則 $\sin \theta = \frac{\frac{7-1}{\sqrt{7-2}}}{\sqrt{7-2}}$ 。

8. 如圖, 在正五角錐 $ABCDEF$ 中, 底面為正五邊形, 五個側面均為正三角形, 已知 N 在 $\overline{AF}$ 上且

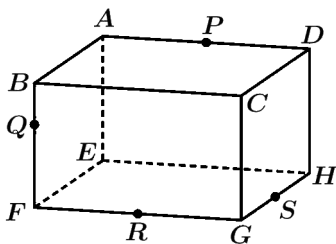
$\overline{FN} = 2\overline{AN}$, 若 $\overrightarrow{CN} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AD} + z\overrightarrow{AE}$, 則 $x + y - 2z$ 之值為 $\frac{\frac{8-1}{8-2} - \frac{8-3}{\sqrt{8-4}}}{6}$ 。(已知

$\sin 18^\circ = \frac{\sqrt{5} - 1}{4}$)



9. 如圖, 已知長方體 $ABCD - EFGH$, $\overline{AB} = 8$, $\overline{AD} = 20$, $\overline{AE} = 12$, 若 P 、 R 、 S 分別是 $\overline{AD}$ 、

$\overline{FG}$ 、 $\overline{GH}$ 的中點, Q 在 $\overline{BF}$ 上且 $\overline{QF} = 2\overline{BQ}$, 試求四面體 $PQRS$ 體積為 $\frac{\frac{9-1}{9-2}}{\frac{9-3}{9-3}}$ 。



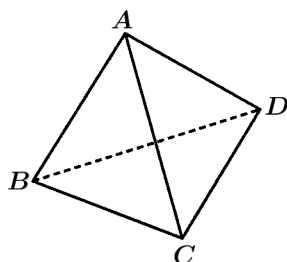
10. 方程式 $\begin{vmatrix} 1-x & 13 & 5 \\ 4+2x & 4x+18 & 20 \\ -3 & -4+x & -15 \end{vmatrix} = -810$ 的解為 $x = \frac{10-1}{10-2}$ 。

11. 在空間坐標系中， $\overrightarrow{OA} = (1, -18, -5)$ ， $\overrightarrow{OB} = (0, 7, 2)$ ，若 $\overrightarrow{OP} = (2x + y)\overrightarrow{OA} + (5x + 3y)\overrightarrow{OB}$ ，其中 $-1 \leq x \leq 2$ ， $-7 \leq y \leq -2$ ，試問所有 P 點形成圖形的面積為 $\frac{\textcircled{11-1}\textcircled{11-2}}{\textcircled{11-3}}\sqrt{\textcircled{11-3}}$ 。

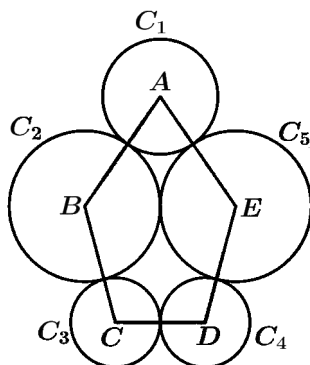
12. 空間中兩非零向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 滿足 $|\vec{a} + 6\vec{b}| = |2\vec{a} + 3\vec{b}|$ 且 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - 2\vec{b}|$ ，若 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 的夾角為 θ ，則 $\cos \theta = \frac{\textcircled{12-1}}{\textcircled{12-2}}$ 。

13. 設 $\vec{a} = (5, -3, 4)$ ， $\vec{b} = (-1, 1, 0)$ ，分解 $\vec{a} = \vec{c} + \vec{d}$ ，其中 $\vec{c}$ 平行 $\vec{b}$ 且 $\vec{d}$ 與 $\vec{b}$ 的夾角為 45° ，若 $\vec{d} = (x, y, z)$ ，試求 $x - y + z = \frac{\textcircled{13-1}\textcircled{13-2}}{\textcircled{13-3}}$ 。

14. 已知四面體 $ABCD$ 中， $\triangle BCD$ 為邊長 20 的正三角形，且 $\overline{AB} = 4\sqrt{17}$ ， $\overline{AC} = 16$ ， $\overline{AD} = 12$ ，若兩側面 ABC 與 ACD 所夾的兩面角為 θ ，試求 $\cos \theta = \frac{1}{\frac{\textcircled{14-1}\textcircled{14-2}}{\textcircled{14-3}}}$ 。



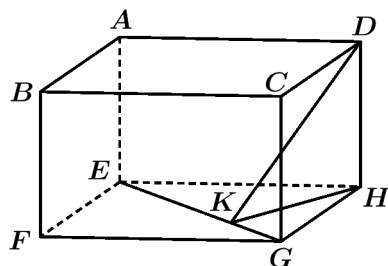
15. 如圖，圓 C_1 、 C_2 、 C_5 兩兩外切，圓 C_2 、 C_3 、 C_4 、 C_5 中相鄰的兩圓均為外切，若五圓的圓心形成一個周長為 20 的五邊形，且 $\overline{AB} = \overline{AE}$ ， $\overline{BC} = \overline{DE}$ ，則此五圓面積和的最小值為 $\frac{\textcircled{15-1}\textcircled{15-2}}{\textcircled{15-3}}\pi$ 。



三、非選擇題（占 6 分）

說明：第 16 題，每題 6 分。

16. 如圖 $ABCD - EFGH$ 為一個長方體，若 $\overline{HK}$ 垂直 $\overline{EG}$ 於 K 點，試說明 $\overline{DK}$ 垂直 $\overline{EG}$ 。



参 考 答 案

1. 1 2. 35

3. -4

4. 4

5. $\sqrt{6}$

6. $\sqrt{22}$

7. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

8. $\frac{-1-9\sqrt{5}}{6}$

9. $\frac{80}{3}$

10. -3

11. $45\sqrt{6}$

12. $\frac{1}{6}$

13. -2

14. $\frac{1}{24}$

15. 20π

16. 略