

臺中市立臺中第一高級中等學校試場規則：

十二、答案卷（卡）應書寫正確之座號、姓名並正確劃記，違者該科扣 10 分。

超過 100 分，以 100 分計算

一、單選題(每題 6 分，共 12 分)

說明：第 1 題至第 2 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是最適當的答案，劃記在答案卡之「解答欄」。各題答對得 6 分；未作答、答錯或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 若 $\vec{a} = (3, 1)$ ，則下列哪一個選項中的向量在 $\vec{a}$ 上的正射影之長度是最大的？

- (1) $\vec{b}_1 = (-1, 2)$ (2) $\vec{b}_2 = (-1, 3)$ (3) $\vec{b}_3 = (1, 3)$ (4) $\vec{b}_4 = (2, 1)$ (5) $\vec{b}_5 = (-2, 1)$

2. 直角坐標平面上， O 為原點，且 $A(1, 3)$ 、 $B(-1, 2)$ 。令 Ω 為滿足 $\vec{OP} = \alpha \vec{OA} + \beta \vec{OB}$ 的所有點 P 所形成的區域，其中 $1 \leq \alpha \leq 3$ ， $0 \leq \beta \leq 2$ ，則區域 Ω 可用下列哪一組聯立不等式表示？

- (1) $\begin{cases} 1 \leq x \leq 3 \\ 0 \leq y \leq 2 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} -10 \leq 3x - y \leq 0 \\ 5 \leq 2x + y \leq 15 \end{cases}$ (3) $\begin{cases} -5 \leq 3x - y \leq -3 \\ 5 \leq 2x + y \leq 15 \end{cases}$

- (4) $\begin{cases} 3x - y \leq -6 \\ 2x + y \leq 15 \\ y \geq 3 \end{cases}$ (5) $\begin{cases} 3x - y \geq -10 \\ 2x + y \geq 5 \\ y \geq 0 \end{cases}$

二、多選題(每題 10 分，共 40 分)

說明：第 3 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中至少有 1 個是正確的選項，選出正確選項，劃記在答案卡之「解答欄」。各題之選項獨立判定且獨立計分，答對 n 個選項者，得 $2n$ 分；所有選項均未作答或答錯 5 個選項者，該題以零分計算。

3. 設 $\vec{a} = (-4, -2)$ 、 $\vec{b} = (3, -1)$ 、 $\vec{c} = (1, 1)$ ，試選出正確的選項。

(1) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -14$

(2) $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{10}$

(3) 若 $\vec{a} + t\vec{b}$ 平行 $\vec{c}$ ，則實數 $t = \frac{1}{2}$ 。

(4) 若 $\vec{a} + t\vec{b}$ 垂直 $\vec{c}$ ，則實數 $t = -3$ 。

(5) 若 t 為實數，則 $|\vec{a} + t\vec{b}|$ 之最小值為 $\sqrt{10}$ 。

4. 關於二元一次方程組 $\begin{cases} (k+1)x + 4y = 4 \\ x + (k-2)y = 1 \end{cases}$ ，試選出正確的選項。

(1) 若 $k = 5$ ，則方程組有解。

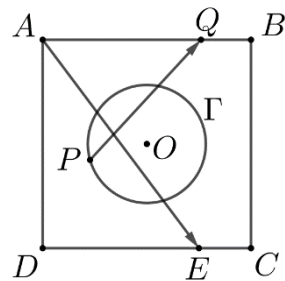
(2) 若 $k = 3$ ，則方程組有解。

(3) 若方程組有解，則 $k = 3$ 或 $k = 5$ 。

(4) 若 $k = -2$ ，則方程組所對應的兩直線之幾何意義為兩直線平行。

(5) 若 $k = 5$ ，則方程組所對應的兩直線之幾何意義為兩直線交於一點。

5. 如右圖，邊長為 4 的正方形 $ABCD$ 的中心為 O ，以 O 為圓心，1 為半徑作圓 Γ ，設 E 為 $\overline{CD}$ 邊上的任意一點（包括端點）， P 為圓 Γ 上的任意一點， Q 為正方形 $ABCD$ 邊上的任意一點（包括端點）。考慮向量 $\overrightarrow{AE}$ 與 $\overrightarrow{PQ}$ ，試選出正確的選項。



- (1) $|\overrightarrow{PQ}|$ 的最大可能值為 3
- (2) $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{PQ}$ 的最大可能值為 $12\sqrt{2}$
- (3) $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{PQ}$ 的最小可能值為 $-16-4\sqrt{2}$
- (4) 若 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{PQ} = 0$ ，則 $|\overrightarrow{PQ}|$ 的最小可能值為 1。
- (5) 若 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{PQ} = 0$ ，則 $|\overrightarrow{PQ}|$ 的最大可能值為 $3\sqrt{2}$ 。

6. 已知 $\overrightarrow{u}$ ， $\overrightarrow{v}$ 為平面上兩非零且不平行的向量，設 $\overrightarrow{u}$ ， $\overrightarrow{v}$ 所張出之平行四邊形面積為 6，試選出正確的選項。

- (1) $-2\overrightarrow{u}$ 與 $4\overrightarrow{u}-5\overrightarrow{v}$ 所張出之平行四邊形面積為 6
- (2) $113\overrightarrow{u}+112\overrightarrow{v}$ 與 $112\overrightarrow{u}+111\overrightarrow{v}$ 所張出之平行四邊形面積為 6
- (3) $\sin\frac{\pi}{6}\overrightarrow{u}+\cos\frac{\pi}{6}\overrightarrow{v}$ 與 $\cos\frac{\pi}{6}\overrightarrow{u}-\sin\frac{\pi}{6}\overrightarrow{v}$ 所張出之平行四邊形面積為 6
- (4) $|\overrightarrow{u}| \cdot |\overrightarrow{v}|$ 的最小值為 6
- (5) $|\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}|^2 + |\overrightarrow{u}-\overrightarrow{v}|^2$ 的最小值為 12

三、選填題(每題 6 分，共 48 分)

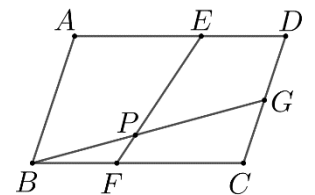
說明：第 A 題至第 H 題，將答案畫記在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (⑦ ~ ⑳)。每題完全答對得 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 求 $\begin{vmatrix} 2000 & 110 \\ 2024 & 113 \end{vmatrix} = \underline{\text{⑦⑧⑨⑩}}$ 。

B. 已知 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 的夾角為 150° ，且 $|\overrightarrow{a}| = 2$ 、 $|\overrightarrow{b}| = \sqrt{3}$ ，
求 $|\overrightarrow{3a} + 4\overrightarrow{b}| = \underline{\text{⑪}\sqrt{\text{⑫}}}$ 。

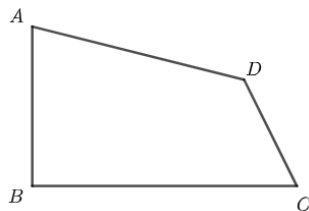
C. 已知 $P(5, -9)$ ，直線 $L: 3x - 5y + 8 = 0$ ，則 P 在直線 L 上的投影點坐標為 $\underline{(\text{⑬⑭}, \text{⑮})}$ 。

- D. 如右圖，在平行四邊形 $ABCD$ 中， E 、 F 、 G 分別在 $\overline{AD}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{CD}$ 上，且 $\overline{AE}:\overline{ED} = 3:2$ ， $\overline{BF}:\overline{FC} = 2:3$ ， $\overline{CG}:\overline{GD} = 1:1$ ， $\overline{BG}$ 交 $\overline{EF}$ 於 P 點，



若 $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AD}$ ，則數對 $(x, y) = \underline{(\frac{\text{⑬}}{\text{⑭}}, \frac{\text{⑮}}{\text{⑯}})}$ 。(化為最簡分數)

- E. 如右圖，在四邊形 $ABCD$ 中，若 $\overrightarrow{AC} = (5, -3)$ 、
 $\overrightarrow{BD} = (4, 2)$ ，則四邊形 $ABCD$ 的面積為 ②①。



- F. 在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 6$ 、 $\overline{AC} = 4$ 。若 O 為 $\triangle ABC$ 的外心、 H 為 $\triangle ABC$ 的垂心，
 則內積 $\overrightarrow{OH} \cdot \overrightarrow{BC}$ 之值為 ②③。

- G. 設 $\overrightarrow{e}$ 為單位向量，若有兩非零向量 $\overrightarrow{a}$ 、 $\overrightarrow{b}$ 滿足 $\overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b}$ 、 $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{e} = 2$ 、

$$\overrightarrow{b} \cdot \overrightarrow{e} = 3, \text{ 則 } \left| \overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} \right| \text{ 的最小值為 } \underline{\text{②④}}。$$

- H. 已知兩非零向量 $\overrightarrow{a}$ 、 $\overrightarrow{b}$ 滿足 $\left| 3\overrightarrow{a} + 4\overrightarrow{b} \right| = 12$ ，求內積 $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ 的最大值為 ②⑤。

四、挑戰加分題(每題 3 分，共 6 分)

說明：第 I 題至第 J 題，將答案畫記在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (②⑥ ~ ③③)。

每題完全答對得 3 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- I. 在凸四邊形 $ABCD$ 中， $\overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{AD}$ ，點 P 在四邊形 $ABCD$ 所在平面上且滿足

$$\overrightarrow{PA} + 6\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + 6\overrightarrow{PD} = \overrightarrow{0}。 \text{ 若 } s \text{ 為 } \triangle PCD \text{ 的面積、} t \text{ 為四邊形 } ABCD \text{ 的面積，則}$$

$$\frac{s}{t} \text{ 之值為 } \frac{\text{②⑥} \text{ ②⑦}}{\text{②⑧} \text{ ②⑨}}。 \text{ (化為最簡分數)}$$

- J. 在銳角 $\triangle ABC$ 中， H 為 $\triangle ABC$ 的垂心。若 $2\overrightarrow{HA} + 3\overrightarrow{HB} + 4\overrightarrow{HC} = \overrightarrow{0}$ ，則

$$\cos \angle BHC \text{ 之值為 } \frac{\text{③①} \sqrt{\text{③①} \text{ ③②}}}{\text{③③}}。 \text{ (化為最簡根式)}$$

試題結束

市立臺中一中 113 學年度第一學期 期末考 高二數學 A

參考答案

一、單選題(每題 6 分，共 12 分)

1.(4) 2.(2)

二、多選題(每題 10 分，共 40 分，10—8—6—4—2—0 分)

3. (2)(3)(5) 4. (1)(2)(4)(5) 5. (3)(4) 6. (2)(3)(4)

三、選填題(每題 6 分，共 48 分)

A. 3360 B. $2\sqrt{3}$ C. $(-1,1)$ D. $(\frac{7}{9}, \frac{4}{9})$ E. 11 F. 10 G. 5
H. 3

四、挑戰加分題(每題 3 分，共 6 分)

I. $\frac{19}{56}$ J. $\frac{-\sqrt{10}}{5}$