

※請正確畫記班級、座號、科目代碼，若未畫記或畫記錯誤，扣 5 分。

一、多選題：(占 40 分)

說明：第 1 題至第 5 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，選出正確選項，畫記在答案卡之「解答欄」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 5 分；答錯 2 個選項者，得 3 分；答錯 3 個選項者，得 1 分；所有選項均未作答或答錯多於 3 個選項者，該題以零分計算。

1. 投擲一顆公正的骰子三次，每面點數出現的機率相同，設三次出現的點數依序為 a 、 b 、 c ，選出正確的選項。

(1) $a < b < c$ 的機率為 $\frac{35}{72}$

(2) 最大點數為 6 的機率為 $\frac{19}{54}$

(3) 三顆點數和小於 6 的機率等於三顆點數和為 6 的機率

(4) 三顆點數和為 k 的機率等於點數和為 $21-k$ 的機率，其中 $k = 3, 4, \dots, 17, 18$

(5) 三顆點數和的期望值為 $\frac{21}{2}$

2. 下列各選項中的算式，哪些是正確的？

(1) $\sin 20^\circ + \sin 40^\circ + \sin 60^\circ + \dots + \sin 160^\circ + \sin 180^\circ = 0$

(2) $\cos 20^\circ + \cos 40^\circ + \cos 60^\circ + \dots + \cos 160^\circ + \cos 180^\circ = 0$

(3) $\tan 20^\circ + \tan 40^\circ + \tan 60^\circ + \dots + \tan 160^\circ + \tan 180^\circ = 0$

(4) $\sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \dots + \sin^2 80^\circ + \sin^2 90^\circ = 5$

(5) $\sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \dots + \sin^2 160^\circ + \sin^2 170^\circ + \sin^2 180^\circ = 10$

3. 設 $\triangle ABC$ 之三邊長 $\overline{BC} = a$ 、 $\overline{AC} = b$ 、 $\overline{AB} = c$ ，外接圓半徑為 R ，下列哪些選項的條件，可解得唯一 $\triangle ABC$ ？

(1) $\sin A = \sin B = \sin C = \frac{\sqrt{2}}{2}$

(2) $\sin A$ 、 $\sin B$ 、 $\sin C$ 皆小於 $\frac{1}{2}$

(3) $a = 3$ ， $b = 6\sqrt{2}$ ， $\angle C = 50^\circ$

(4) $a = 3$ ， $b = 6\sqrt{2}$ ， $\angle A = 30^\circ$

(5) $a = 2$ ， $\cos B = \frac{3}{4}$ ， $R = 5$

4. 如右圖， $\triangle ABC$ 為銳角三角形， P 為 $\overline{BC}$ 邊上的一點，過 P 分別做 $\overline{PM}$ 垂直 $\overline{AB}$ ， $\overline{PN}$ 垂直 $\overline{AC}$ ，



已知 $\overline{BC} = 30$ ， $\overline{MN} = 18$ ， $\triangle AMN$ 的外接圓半徑為 12，下列哪些選項正確？

- (1) $\tan \angle MPN = \tan A$ (2) $\overline{AP} = 24$
(3) $\sin(\angle B + \angle C) = \frac{3}{5}$ (4) $\triangle ABC$ 之外接圓半徑為 20
(5) 四邊形 $AMPN$ 最大面積為 432

5. 下列哪些選項正確？

- (1) 若點 $(\sin \theta \cos \theta, \tan \theta \cos \theta)$ 在第三象限，則 θ 為第三象限角
(2) 在極坐標平面上，若 $A[4, 96^\circ]$ ， $B[2, 36^\circ]$ ，則 $\overline{AB} = 2\sqrt{3}$
(3) $\triangle ABC$ 中， $\overline{BC} = a$ ， $\overline{AC} = b$ ，若滿足 $a \cos A = b \cos B$ ，則 $\triangle ABC$ 為等腰直角三角形
(4) $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 60^\circ$ ， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{AC} = 4$ ， $\angle A$ 的內角平分線交 $\overline{BC}$ 於 D ，則 $\overline{AD} = \frac{20\sqrt{3}}{9}$
(5) 設 $90^\circ < \theta < 180^\circ$ ，則 $\sqrt{\frac{1+\sin \theta}{1-\sin \theta}} - \sqrt{\frac{1-\sin \theta}{1+\sin \theta}} = 2 \tan \theta$

二：選填題：(占 60 分)

說明：1. A 題至 J 題，將答案畫記在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (6-31)。

2. 每題完全答對得 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 從所有三位正整數中選取一個數，每個數被取出的機率相等，設 p 為取出的三位數其百位、十位及個位數字互異，且十位數字最小的機率，則 $p = \frac{\textcircled{6}}{\textcircled{7}\textcircled{8}}$ 。(化為最簡分數)
- B. 在一直線道路上三點 A ， B ， C 分別測得一座山之仰角為 30° ， 45° ， 60° ，且 A ， B ， C 三點所在的直線道路不通過山腳，已知 $\overline{AB} = \overline{BC} = 100\sqrt{6}$ 公尺，則此座山的高度為 ⑨⑩⑪ 公尺。
- C. 平面上，設 O 為極點，四點的極坐標為 $A[10, 40^\circ]$ 、 $B[16, 100^\circ]$ 、 $C[5, 200^\circ]$ 、 $D[3, 320^\circ]$ ，若 $\overline{AB}$ 長度為 $\overline{CD}$ 長度的 p 倍， $\triangle OBC$ 面積為 $\triangle OAD$ 面積的 q 倍，則 $p + 3q = \underline{\textcircled{12}\textcircled{13}}$ 。
- D. 期末考題中，多重選擇題每題有 5 個選項，其中至少有一個選項是正確的。其計分方式為：「所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 5 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；答錯多於 2

個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。」

今有一題某考生已經確定選項(A)與(B)是正確的，其餘 3 個選項則隨意猜測，則此考生在該題

得分的期望值為 $\frac{\textcircled{14}\textcircled{15}}{\textcircled{16}}$ 分。(化為最簡分數)

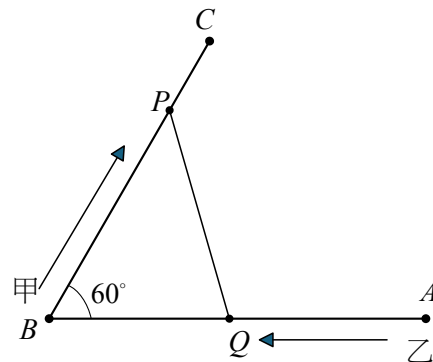
E. 有一遊戲設計如下：將 2 顆相同黑球和 4 顆相同白球排成一列，若 2 顆黑球之間有 k 顆白球，可得獎金 $10 \times k$ 元，則此遊戲的獎金期望值為 $\frac{\textcircled{17}\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ 元。(化為最簡分數)

F. 設 θ 為銳角且 $5\cos^2\theta - 5\sin\theta\cos\theta - 2 = 0$ ，則 $\tan\theta = \frac{\textcircled{20}}{\textcircled{21}}$ 。(化為最簡分數)

G. 若 $1 - \sqrt{3}$ 為 $x^2 - (\tan\theta + \frac{1}{\tan\theta})x + 2 = 0$ 之一根，則 $\sin\theta \cdot \cos\theta = \frac{\textcircled{22}\sqrt{\textcircled{23}}}{\textcircled{24}}$ 。(化為最簡根式)

H. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = c = 3$ ， $\overline{BC} = a = \sqrt{7} - \sqrt{2}$ ， $\overline{AC} = b = \sqrt{7} + \sqrt{2}$ ，則 $a(b^2 + c^2)\cos A + b(c^2 + a^2)\cos B + c(a^2 + b^2)\cos C = \frac{\textcircled{25}\textcircled{26}}{\quad}$ 。

I. 如右圖，設 A 、 B 兩地相距 26 公里，道路 $\overline{BA}$ ， $\overline{BC}$ 夾角為 60° 。若甲從 B 地出發沿著道路 $\overline{BC}$ 朝 C 行走，同時乙由 A 地出發沿著道路 $\overline{BA}$ 朝 B 慢跑，已知乙慢跑的速度是甲行走的速度之 3 倍，則甲、乙兩人距離最近時為 $\frac{\sqrt{\textcircled{27}\textcircled{28}}}{\quad}$ 公里。



J. 設 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 、 G 、 H 、 I 為圓周上的九個等分點，從中任取三點作為三角形之頂點，則所得三角形符合「非正三角形，且三內角的正弦值最大為 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 」的機率為 $\frac{\textcircled{29}}{\textcircled{30}\textcircled{31}}$ 。(化為最簡分數)

試題結束

一、多選題

1. (3)(4)(5) 2. (3)(4) 3. (3)(5) 4. (2)(4) 5. (2)(4)

二：選填題

A. $\frac{4}{15}$ B. 300 C. 10 D. $\frac{29}{8}$ E. $\frac{40}{3}$ F. $\frac{1}{2}$ G. $\frac{-\sqrt{3}}{6}$ H. 45 I. $\sqrt{39}$ J. $\frac{3}{14}$