

台中市台中女中 113 上高二第二次期中考

一、單選題（占 10 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題 5 分。

1. 下列各數值中，哪一個最大？

(1) $\log_6 14$

(2) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{3}}$

(3) $\log_4 8$

(4) $\left(2^1 \times 2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}$

(5) $\log_2 0.8$

2. 世界 12 強台日大戰，台北大巨蛋吸引了大量的球迷，雖然台灣以 1：3 惜敗，但球迷驚人的應援聲成為日本隊熱議話題，日本記者表示，只要中華隊擊出安打時，都會出現「可能導致暫時性聽力損失」的警告。當第 7 局由台灣隊球員敲出陽春砲時，球迷們又叫又跳，二樓的記者席感覺都在震動，另外還有人帶著智慧型手錶，在大巨蛋測到 105 分貝的音量。已知聲音的強度是每平方公尺多少能量（單位： W/m^2 ， W 為瓦特），若某一發聲體的強度為 $I(W/m^2)$ ，將它換算成分貝 d 表示時，其公式為 $d(I) = 10 \log \frac{I}{I_0}$ ，其中 $I_0 = 10^{-12}(W/m^2)$ 。假設每一個人大聲喊叫的聲音皆為 70 分貝，試求多少人一起大聲喊叫時，可以最接近 105 分貝？

(1) 15000

(2) 12000

(3) 9000

(4) 6000

(5) 3000

二、多選題（占 32 分）

說明：第 3 題至第 5 題，每題 8 分。(8-5-2-0)

3. 試問下列哪些選項正確？

(1) $\log_{(-2)}(-2)^3 = 3$

(2) $\frac{\log 32}{\log 16} = \frac{\log 16}{\log 8}$

(3) $3^{\frac{1}{\log 3}} = 10$

(4) $\log 700 - \log 600 > \log 70 - \log 60 > \log 7 - \log 6$

(5) $\log(\log 2) + \log(1 + \frac{\log 5}{\log 2}) = 0$

4. 設 a, b 皆為非 1 的正數， e 是自然對數的底數， $f_1(x) = a^x$ 、 $f_2(x) = b^x$ 、 $f_3(x) = \log_a x$ 、 $f_4(x) = \log_b x$ ，請選出所有正確的選項

(1) 若 $a > 1$ ， $x_1 < x_2$ ，則 $f_1(\frac{x_1 + x_2}{2}) > \frac{1}{2}(f_1(x_1) + f_1(x_2))$

(2) 若 $a > b > 1$ 且 $f_1(x_1) = f_2(x_2) = e$ ，則 $x_1 > x_2$

(3) 若 $0 < a < 1$ ， $0 < x_1 < x_2$ ，則 $f_3(\frac{x_1 + x_2}{2}) < \frac{1}{2}(f_3(x_1) + f_3(x_2))$

(4) 若 $0 < a < b < 1$ ，則 $f_3(\frac{1}{e}) < f_4(\frac{1}{e})$

(5) 當 $a > 1$ 時， $y = f_1(x)$ 的圖形與 $y = f_3(x)$ 的圖形沒有交點

5. 若 $5^{\frac{1}{a}} = 7^{\frac{1}{b}} = (\frac{1}{5})^{\frac{1}{c}} = (\frac{1}{7})^{\frac{1}{d}} = \frac{1}{100}$ ，則下列哪些選項是正確的？

(1) $d > c > a > b$

(2) $a + b = c + d$

(3) $a^2 + b^2 = c^2 + d^2$

(4) $ab = cd$

(5) $|2b + c| > \frac{1}{2}$

6. 已知 $0 < a < 1$ ，若方程式 $|\log_a x| - 2024 = 0$ 的最大實根為 x_1 ，最小實根為 x_2 ，則下列哪些選項是正確的？

(1) $y = |\log_a x|$ 的圖形與 $y = 2024$ 的圖形共有 2 個交點

(2) $x_1 = a^{2024}$

(3) $x_1 + x_2 = 2024$

(4) $x_1 \cdot x_2 = 1$

(5) 方程式 $|\log_a x| - 2024 = x$ 的實根介於 x_1 與 x_2 之間

三、填充題（占 58 分）

說明：第 7 題至第 17 題。											
答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
分數	6	12	18	23	28	33	38	43	48	53	58

7. 化簡並求 $\log_3(9+27) - \log_9 11 \times \log_{11} 13 \times \log_{13} 16 - 125^{\log_{25} \sqrt[3]{81}}$ 之值
=【 】。

8. 設 $a = \log 2$ ， $b = \log 3$ ，若 $\log_2 \sqrt{10^7 - 5^{10}}$ 可以 a, b 表示為 $\frac{ma + nb + k}{2a}$ ，其中 m, n, k 均為整數，則數對 (m, n, k) =【 】。

9. 在坐標平面上，若函數 $y = f(x) = 2^x$ 的圖形恆在函數 $y = g(x) = 3 - 2^{-x+1}$ 的圖形之上方，則 x 的範圍為【 】。

10. 將 $y = \log_2 x$ 的圖形，向左平移 a 單位，再向上平移 b 單位，可得到 $y = \log_2(4x + 16)$ 函數的圖形，則數對 (a, b) =【 】。

11. 若實數 x 滿足不等式 $\left(3^x - \frac{1}{9}\right) \left(\log_{\frac{1}{2}} x - 2\right) (7^{x+1} + 7^{-x-1} - 2) \leq 0$ ，則 x 的範圍為【 】。

12. $\left(\frac{1}{2}\right)^{30} + \left(\frac{1}{3}\right)^{20}$ 從小數點後第【 】位開始出現不為 0 的數字。

13. 設 $1 \leq x \leq 100$ ，若 $x^{3-2\log x}$ 的最大值為 a ，最小值為 b ，則數對 (a, b) =【 】。

14. 對數方程式 $\log_3(3^x + 243) = \frac{x}{2} + 2 + \log_3 4$ 的兩根分別為 α, β ，則 $\alpha + \beta =$ 【 】。

15. 若 α, β 為方程式 $a^{-2|x|} + 5x^2 = 1$ 異於 0 的兩根， $a > 0$ 且 $\alpha - \beta = \frac{2}{3}$ ，則 $a =$ 【 】。

16. 小綠 在大學時期以就學貸款的方式來繳交學費，以至於大學畢業時共積欠銀行 100 萬元，依照當初與銀行約定畢業後以年利率 1.44%，每月複利計息一次。小綠 畢業後立即找到一份月薪 3 萬 8 千元的工作，小綠 準備省吃儉用償還債務，扣除生活費之後每月最多只能償還 2 萬元。以此計畫，小綠 最少需要【 】個月才能還清此債務？

(無條件進入至整數位，已知 $1.0144^{50} \approx 2.044$ 、 $1.0144^{51} \approx 2.073$ 、 $1.0144^{52} \approx 2.103$ 、 $1.0144^{53} \approx 2.133$ 、 $1.0144^{54} \approx 2.164$ 、 $1.0144^{55} \approx 2.195$ 、 $1.0012^{50} \approx 1.062$ 、 $1.0012^{51} \approx 1.063$ 、 $1.0012^{52} \approx 1.064$ 、 $1.0012^{53} \approx 1.066$ 、 $1.0012^{54} \approx 1.067$ 、 $1.0012^{55} \approx 1.068$)

17. 設 x, y 均為正整數且 $x < y$ ，若 $\log x$ 的首數為 m 且尾數為 α ，而 $\log y$ 的首數為 n 且尾數為 β ，已知 $m^2 + n^2 = 10$ ， $\alpha + \beta = 1$ ，則數對 (x, y) 一共有【 】組解

参考答案

1. 2 2. 5

3. 35 4. 34 5. 134 6. 14

7. -7

8. $(-7, 1, 7)$

9. $x < 0$ 或 $x > 1$

10. $(4, 2)$

11. $x \geq \frac{1}{4}$

12. 9

13. $\left(10^{\frac{9}{8}}, \frac{1}{100}\right)$

14. 10

15. $\frac{27}{8}$

16. 52

17. 7