

新竹市新竹高中 113 上高二期末考 2A(理)

一、多選題（占 14 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題 7 分。(7-4-1-0)

1. 設 P 為 $\triangle ABC$ 內部一點，且 $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ ， $\overrightarrow{BE} = \frac{3}{5}\overrightarrow{BA}$ ，直線 AP 交直線 BC 於 D ，則下列敘述何者正確？

(1) $\overline{BD} : \overline{DC} = 4 : 5$

(2) $\overline{AP} : \overline{PD} = 4 : 5$

(3) $\overrightarrow{AD} = \frac{5}{9}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{9}\overrightarrow{AC}$

(4) $\frac{\triangle ACP \text{面積}}{\triangle ABC \text{面積}} = \frac{1}{5}$

(5) $\frac{\triangle AEP \text{面積}}{\triangle ABC \text{面積}} = \frac{1}{10}$

2. 下列哪些選項正確？

(1) $\begin{vmatrix} 3a & 3b \\ 3c & 3d \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$

(2) $\begin{vmatrix} a+kc & b+kd \\ c & d \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} b+ka & a \\ d+kc & c \end{vmatrix}$

(3) $\begin{vmatrix} a+kc & b+kd \\ c & d \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} e+ka & f+kb \\ a & b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b \\ c+e & d+f \end{vmatrix}$

(4) 若 a 、 b 均為實數，則 $\begin{vmatrix} 123+a & 444+a+b \\ 246+2a & 888+2a+2b \end{vmatrix} = 0$

(5) $\begin{vmatrix} 201 & 199 \\ 191 & 209 \end{vmatrix} < \begin{vmatrix} 2997 & 2999 \\ 1997 & 1999 \end{vmatrix}$

二、填充題（占 72 分）

說明：第 3 題至第 14 題，每題 6 分。

3. 坐標平面上 O 為原點，設 $\vec{a} = (1, 2)$ 、 $\vec{b} = (3, 1)$ 。令 Ω 為滿足 $\overrightarrow{OP} = x\vec{a} + y\vec{b}$ 的所有點 P 所形成的區域，其中 $\frac{1}{2} \leq x \leq 1$ 、 $-3 \leq y \leq \frac{1}{2}$ ，則的面積為【 】平方單位。

4. 已知 $|\vec{a}| = 2$ ， $|\vec{b}| = 3$ ， $|\vec{c}| = 5$ ，且 $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ ，求 $|\vec{b} + 3\vec{c}| =$ 【 】。

5. 三角 ABC 中， D 、 E 分別在線段 AB 、線段 AC 上，且 $\overline{AD} = 2\overline{DB}$ 、 $3\overline{EC} = 4\overline{AE}$ ，又 $\overline{CD}$ 交 $\overline{BE}$ 於 P 點，則 $\frac{\overline{BP}}{\overline{PE}} =$ 【 】。

6. 設實數 x 、 y 滿足方程式 $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 20 = 0$ ，若 $4x - 3y + 5$ 最大值為 M ，最小值為 m ，則 $M + m =$ 【 】。

7. 在三角 ABC 中三邊 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$ 、 $\overline{AB}$ 上分別取 D 、 E 、 F 三點使得，
 $\overline{DC} = 2\overline{BD}$ ， $\overline{EC} = 2\overline{AE}$ ， $\overline{FB} = 2\overline{AF}$ ，設 G 為三角形 DEF 的重心，
 $\overrightarrow{AG} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ，則 $x + y =$ 【 】。

8. 已知 $2\vec{a} + 3\vec{b}$ 、 $\vec{a} - 2\vec{b}$ 兩向量所張成的平行四邊形面積為 10，
試求 $2\vec{a} - 3\vec{b}$ 、 $3\vec{a} - \vec{b}$ 兩向量所張成的平行四邊形面積為【 】。

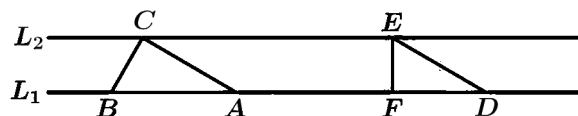
9. 在坐標平面上，一道光線從 $A(2, 7)$ 前進，射向直線 L 上一點 $P(5, 3)$ ，碰到 P 點後，假設光線依光學原理（入射角等於反射角）反射並射向 $B(10, 15)$ ，若直線 L 的一個法向量為 $\vec{n} = (1, a)$ ，則 $a =$ 【 】。

10. 設 G 為三角形 ABC 的重心，若 $\overline{GA} = 8$ 、 $\overline{GB} = 6$ 、 $\overline{GC} = 12$ ，則 $\overrightarrow{GA}$ 在 $\overrightarrow{GB}$ 方向上的正射影長為【 】。

11. 設正六邊形 $ABCDEF$ 的邊長為 1，若 P 、 Q 分別為 $\overline{BC}$ 、 $\overline{DE}$ 上的點，滿足 $\overrightarrow{BP} = \overrightarrow{PC}$ 、 $\overrightarrow{DQ} = 3\overrightarrow{QE}$ ，則 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ} =$ 【 】。

12. 已知 O 為三角形 ABC 外接圓的圓心，若 $\overline{AB} = \sqrt{5}$ 、 $\overline{AC} = 4$ 且 M 為 $\overline{BC}$ 之中點，
 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AO} =$ 【 】。

13. 如圖，兩平行線 L_1 、 L_2 距離為 $\sqrt{3}$ 且三角形 ABC 與三角形 DEF 皆為 $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ 的三角形，
 又 $\overline{AF} = 5$ ，若 $\overline{DE}$ 上有三個等分點 P_1 、 P_2 、 P_3 （即 $\overline{DP_1} = \overline{P_1P_2} = \overline{P_2P_3} = \overline{P_3E}$ ），則
 $\overrightarrow{BC} \cdot (\overrightarrow{BP_1} + \overrightarrow{BP_2} + \overrightarrow{BP_3}) =$ 【 】。



14. 在正三角形 ABC 的三邊 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$ 、 $\overline{AB}$ 上分別取 D 、 E 、 F 三點使得， $\overline{BF} = \overline{CD} = 2$ 、 $\overline{BD} = 3$ 且
 $\angle EDF = 90^\circ$ ，則 $\overline{EC} =$ 【 】。

三、計算題（占 14 分）

說明：第 15 題至第 16 題。

15. 設直線 L 通過 $(2, 3)$ 且與 $4x + y = 2$ 其中一個交角為 θ ，且 $\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{17}}$ ，求直線方程式 L 。（6 分）

16. 設三角形 ABC 之垂心為 H ，且 $\overline{AB} = 4$ 、 $\overline{BC} = 5$ 、 $\overline{CA} = 6$ ，若 $\overrightarrow{AH} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ，求數對
 (x, y) 。（8 分）

參考答案

1. 45 2. 24

3. $\frac{35}{4}$

4. 12

5. $\frac{7}{8}$

6. 32

7. $\frac{5}{9}$

8. 10

9. -8

10. $\frac{11}{3}$

11. $\frac{17}{16}$

12. $\frac{21}{4}$

13. 36

14. $\frac{8}{5}$

15. $15x + 8y = 54$

16. $\left(\frac{27}{35}, \frac{3}{35}\right)$