

答案卡上未正確劃記年級、班級、座號，一律扣 5 分！！

一、單選題（佔 8 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是最適當的答案，畫記在答案卡之「解答欄」。各題答對得 4 分；未作答、答錯或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 在下列函數中，選出偶函數的選項。（[] 表示高斯符號）

(1) $y = \tan x$ 。 (2) $y = \sin x + \cos x$ 。 (3) $y = x^2 + 2x + 1$ 。 (4) $y = |x^3|$ 。 (5) $y = [x] - x$ 。

2. 在下列數列中，選出收斂數列的選項。

(1) $\langle (-1)^n \rangle$ (2) $\langle (\tan \frac{\pi}{3})^n \rangle$ (3) $\langle -(\sqrt{2} + \sqrt{2})^n \rangle$ (4) $\langle \frac{n^2}{2n+1} \rangle$ (5) $\langle (-1)^n \frac{n}{n^2-1} \rangle$

二、多選題（佔 32 分）

說明：第 3 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中至少有 1 個是正確的選項，選出正確選項，畫記在答案卡之「解答欄」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 6 分；答錯 2 個選項者，得 4 分；答錯 3 個選項者，得 2 分；所有選項均未作答或答錯多於 3 個選項者，該題以零分計算。

3. 在下列選項中，選出所有的收斂級數。

(1) $1+3+5+7+\cdots+(2n-1)+\cdots$

(2) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)(2k+3)}$

(3) $\sum_{k=1}^{\infty} (-\frac{3}{2})^k$

(4) $\sum_{k=1}^{\infty} (-\frac{3}{4})^k$

(5) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k \times 3^{k+1}}{4^k}$

4. 關於函數 $f(x) = \frac{|x-2|}{x-2}$ 與 $g(x) = \frac{|x^2-4|}{x-2}$ 的敘述。試選出正確的選項。

(1) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -1$

(2) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1$

(3) $\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) = 4$

(4) $\lim_{x \rightarrow 2^+} g(x) = 4$

(5) 存在實數 a ，使得 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 。

5. 已知三次實係數多項式函數 $f(x)$ 的對稱中心為 (h, k) ，若 $f(x)$ 滿足 $f(-3) > 0$ ， $f(-2) < 0$ ， $f(-1) > 0$ ， $f(1) > 0$ ， $f(2) = 0$ 。試選出所有正確的選項。
- (1) $f(0) < 0$
 (2) $f(x) = 0$ 恰有一根介於 -3 與 -2 之間
 (3) $f(x) = 0$ 恰有一根介於 -2 與 0 之間
 (4) $h > 0$
 (5) $k > 0$

6. 設 m, n 皆為實數，請選出下列選項中能使 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + m \cdot [x^3]}{x^2 + n \cdot [x^2]}$ 存在的數對 (m, n) ？（ $[]$ 表示高斯符號）
- (1) $(113, 113)$
 (2) $(-113, 113)$
 (3) $(-113, -113)$
 (4) $(113, -113)$
 (5) $\left(\frac{1}{113}, \frac{1}{113}\right)$ 。

三、選填題（佔 60 分）

說明：第 A~L 題，將答案畫記在答案卡之「解答欄」所標示的列號(⑦~⑳)。每題完全答對得 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 試求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2}{n-1} - \frac{n^2}{n+1} \right)$ 之值為 ⑦。

B. 試求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2}{n^3}$ 之值為 ⑧。
⑨

C. 試求 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 1}{x + 2}$ 之值為 ⑩。
⑪

D. 設首項為 a ，公比為 $0.\overline{2}$ 的無窮等比級數和為 $0.2\overline{63}$ ，將 a 表為最簡分數，其分子為 ⑫⑬⑭。

E. 若無窮等比級數 $\frac{x}{2x-1} + \left(\frac{x}{2x-1}\right)^2 + \dots + \left(\frac{x}{2x-1}\right)^n + \dots$ 為收斂級數，且其和為 $4-x$ ，則實數 x 的值等於 ⑮。

F. 一盒子裡有 n ($n > 3$) 顆大小相同的球，其中有 1 顆紅球、2 顆藍球以及 $n-3$ 顆白球。從盒子裡隨機抽取 1 球，所得球的計分方式為紅球、藍球及白球分別得 $3n$ 分、 $2n$ 分及 1 分。若所得分數的期望值為 E_n ，則 $\lim_{n \rightarrow \infty} E_n$ 的值等於 ⑬。

G. 已知函數 $f(x) = \begin{cases} \frac{3x+a}{x^2-x-2}, & \text{當 } x > 2 \\ \frac{x-5}{x-b}, & \text{當 } x \leq 2 \end{cases}$ 在 $x=2$ 連續，其中 a, b 皆為常數，則對數 $(a, b) = \underline{(\text{⑭} \text{⑮}, \text{⑯})}$ 。

H. 設 a, b 均為實數。若 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a-3x+x^2}{1-x^2} = b$ ，則數對 $(a, b) = \underline{(\text{⑰}, \frac{\text{⑱}}{\text{㉒}})}$ 。

I. 設 $f(x)$ 為一定義在非零實數上的實數值函數。已知極限 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \frac{|x|}{x} = 2$ ，則極限 $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x))^2$ 的值等於 ⑳。

J. $\sum_{k=1}^{2024} (-1)^{k+1} [\sqrt{k}] = \underline{\text{㉑} \text{㉒} \text{㉓}}$ 。($[\]$ 表示高斯符號)

K. 給定兩函數 $f(x) = 2x^2 - 3x + 2$ 、 $g(x) = x^2 + 5x - 14$ 。設函數 $h(x)$ 滿足對任意實數 x ， $f(x) \leq h(x) \leq g(x)$ 恆成立，且實數 a 滿足 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x)$ ，則 $\lim_{x \rightarrow a} h(x) = \underline{\text{㉔} \text{㉕}}$ 。

L. 在 $0 \leq x \leq 2n\pi$ 的條件下，設 a_n 為方程式 $\sin x = \frac{113}{2024}$ 所有實根的總和，其中 n 為正整數。則 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{\pi n^2} = \underline{\text{㉖}}$ 。

高三數甲 數學參考簡答

1.(4) 2(5) 3.(2)(4)(5) 4.(1)(2)(4)(5) 5.(2)(3)(5) 6.(1)(3)(5)

A. 2 B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. 203 E. 2 F. 8 G. $(-6, 5)$ H. $(2, \frac{1}{2})$ I. 4 J. -22 K. 22 L. 2