

一、單選題(每題 6 分，共 18 分)

- () 若 $f\left(\frac{x-5}{3x+1}\right) = 4x-1$ ，則 $f(1) = ?$ (1) 3 (2) 1 (3) 7 (4) 9 (5) -13
- () 已知對所有正整數 n ，不等式 $\frac{1^2 + 2^2 + \dots + (n-1)^2}{n^3} \leq a_n \leq \frac{2+4+6+\dots+2n}{3n^2}$ 恆成立，則 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 之值為何？
(1) 不存在 (2) 0 (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\frac{1}{3}$ (5) $\frac{1}{6}$
- () 已知函數 $f(x) = (x+2) \times \log x$ 恰有一正實數 α 使得 $f(\alpha) = 10$ ，則 α 在哪兩個連續正整數之間？
(參考數值 $\log 2 \approx 0.3010, \log 3 \approx 0.4771, \log 7 \approx 0.8451$)
(1) 6 到 7 之間 (2) 7 到 8 之間 (3) 8 到 9 之間 (4) 9 到 10 之間 (5) 10 到 11 之間

二、多選題(每題 8 分，共 24 分，錯一個選項得 6 分，錯兩個選項得 4 分，錯三個選項得 2 分，錯四個選項或五個選項或未作答得 0 分)

- () 數列 $a_1, a_2, \dots$ 中，其奇數項是一個公比為 $\frac{1}{2}$ 的等比數列，而偶數項是一個公比為 $\frac{1}{3}$ 的等比數列，且 $a_1 = \frac{1}{2}, a_2 = \frac{1}{3}$ ，
試選出正確的選項。 (1) $a_4 > a_5 > a_6 > a_7$ (2) $\frac{a_{10}}{a_{11}} < 1$ (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} < 1$ (4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 0$ (5) $\sum_{n=1}^{100} a_n > \frac{3}{2}$
- () 已知多項函數 $f(x)$ 滿足 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{(x-2)^2} = 3$ ，選出正確的選項。 (1) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{f(x)}{(x-2)^2} + \frac{x}{x-2} \right) = 3$ (2) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x^2 - x - 2} = 0$
(3) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 3$ (4) $f(2) = 0$ (5) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{f(x)+2}{x+2} \right) = \frac{1}{2}$
- () 下列函數中，選出「在所有實數上皆為連續」的選項。 (1) $f_1(x) = [x]$ ，符號 $[]$ 為高斯符號 (2) $f_2(x) = \frac{x^2 - 2x}{|x|}$

$$(3) f_3(x) = \sqrt{x^2 - x - 12} \quad (4) f_4(x) = \frac{x-3}{x^2 - x + 1} \quad (5) f_5(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x > 0 \\ x^2 - 4x, & x \leq 0 \end{cases}$$

三、填充題(計分方式如下)

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
分數	6	12	18	24	30	36	42	48	52	55	58

1. 求下列各極限。

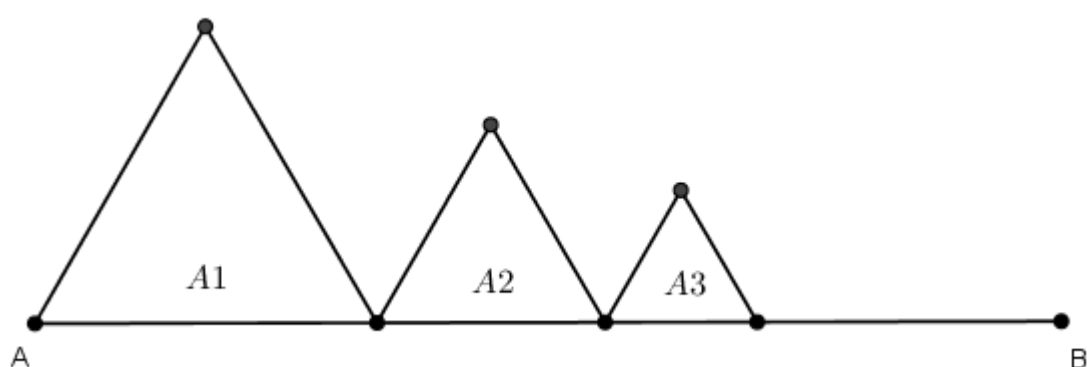
$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-5n^4}{n^4+8n^3} = \underline{\hspace{2cm}}。 (2) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x^2-3x+2} + \frac{1}{x^2-5x+6} \right) = \underline{\hspace{2cm}}。 (3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2-2x}{|x-1|} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

2. 一箱子裡有 5 顆相同的球，分別標示 1~5 號，甲、乙輪流從箱子裡取 1 顆球，取後放回。當取出球的號碼為偶數時，此人獲勝，若取出球的號碼不為偶數，改為另一人取球。已知甲先手取球，乙為後手，則乙獲勝的機率為_____。

3. 設 $\langle a_n \rangle$ 為一等差數列。已知 $a_2 + a_4 = 88$ ， $a_3 + a_7 = 76$ 。令 $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ 。則極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{s_n}{n^2} =$ _____。

4. 若 $a, b \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$ ，且兩循環小數 $0.\overline{a}$ 與 $0.\overline{2b}$ 之和為 $\frac{26}{33}$ ，則數對 $(a, b) =$ _____。

5. 設 $\overline{AB} = 3$ ，以 $\overline{AB}$ 的 $\frac{1}{3}$ 為邊長，作一正三角形 A_1 ，再以剩下線段的 $\frac{1}{3}$ 為邊長作一正三角形 A_2 ，如此繼續下去，得到一序列的正三角形 $A_1, A_2, A_3, \dots$ ，如下圖所示，求無窮多個正三角形 $A_1, A_2, A_3, \dots$ 面積的總和為_____。



6. 若 $f(x) = \begin{cases} ax+b, & x \leq 0 \\ x^2+3a-b, & 0 < x \leq 2 \\ 3x-5, & x > 2 \end{cases}$ 為連續函數，則數對 $(a, b) =$ _____。

7. 已知實數 a, b 滿足 $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + ax + b} = 4$ ，則 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 1} =$ _____。

8. 已知某地捷運的單程票價計算方式為：起程票價 4 公里內都是 20 元，後續超過 4 公里的部分，每 2 公里加收 5 元，不足 2

公里以 2 公里計算，且票價上限為 60 元，若搭乘 x 公里所需票價 $f(x) = \begin{cases} a, & \text{當 } 0 < x \leq 4 \\ 20 + 5 \left(- \left\lceil \frac{4-x}{b} \right\rceil \right), & \text{當 } 4 < x \leq c \\ 60, & \text{當 } c < x \end{cases}$ ，其中 a, b, c 為

實數，符號 $\lceil \cdot \rceil$ 為高斯符號，回答下列問題：

(1) 實數 $b =$ _____。(2) 當搭乘至少超過_____公里後，會需要支付票價上限 60 元。

市立臺中一中 113 學年度第一學期第一次期中考 高三數學乙 答案卷

班級：_____座號：_____姓名：_____

一、單選題(每題 6 分，共 18 分)

1	2	3

二、多選題(每題 8 分，共 24 分，錯一個選項得 6 分，錯兩個選項得 4 分，錯三個選項得 2 分，錯四個選項或五個選項或未作答得 0 分)

1	2	3

三、填充題(計分方式如下)

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
分數	6	12	18	24	30	36	42	48	52	55	58

1.(1)	1.(2)	1.(3)	2.
3.	4.	5.	6.
7.	8.(1)	8.(2)	

一、

1. (5) 2. (4) 3. (3)

二、

1. (2)(3) 2. (2) (4)(5) 3. (4)(5)

三、

1. (1) -5 (2) -2 (3) 不存在 2. $\frac{3}{8}$ 3. $-\frac{3}{2}$ 4. (5, 3) 5. $\frac{9\sqrt{3}}{20}$ 6. (-2, -3) 7. $-\frac{1}{2}$ 8. (1) 2 (2) 18