

一、單選題(每題 6 分，共 18 分)

1. () 若三次方程式 $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d = 0$ 的三個根為 $-2, 3, 2i$ ，則方程式 $f(x^2) = 0$ 的虛根個數為何？

- (1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) 3 (5) 4

2. () 已知 a, b 為實數，設隨機變數 X 的機率分布如下表。

x	0	1	2	3
$P(X = x)$	a	$\frac{3}{8}$	b	$\frac{1}{8}$

且 X 的期望值 $E(X) = \frac{3}{2}$ ，若隨機變數 $Y = 2X + 3$ ，則下列哪一個選項有誤？

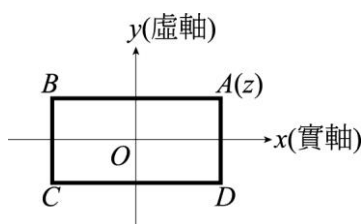
- (1) $a + b = \frac{1}{2}$ (2) $b = 3a$ (3) 變異數 $\text{Var}(X) = \frac{3}{4}$ (4) $E(Y) = 6$ (5) 變異數 $\text{Var}(Y) = \frac{9}{2}$

3. () 在複數平面上，所有滿足方程式 $|2z + i| = |z - 3 + 2i|$ 的複數 z 形成之圖形為何？

- (1) 一點 (2) 一直線 (3) 圓 (4) 一線段 (5) 拋物線

二、多選題(每題 8 分，共 24 分，錯一個選項得 6 分，錯兩個選項得 4 分，錯三個選項得 2 分，錯四個選項或五個選項或未作答得 0 分)

1. () 如下圖，矩形 $ABCD$ 的四邊平行坐標軸，中心在原點 O 。已知 A 點所對應的複數為 z ，(其中 $i = \sqrt{-1}$)，請選出正確的選項。



- (1) D 點所對應的複數為 z 的共軛複數 $\bar{z}$ (2) B 點所對應的複數為 $i \cdot \bar{z}$ (3) $\overline{AC} = \sqrt{2}|z|$ (4) $\overline{AB} = |z + \bar{z}|$
(5) $\overline{AD} = |z - \bar{z}|$

2. () 投擲一枚不均勻硬幣，出現正面的機率為 $\frac{3}{4}$ ，出現反面的機率為 $\frac{1}{4}$ 。今丟擲此硬幣 5 次，若 X 表示出現正面的次數，則下列敘述何者正確？

- (1) $X = 2$ 的機率為 $\frac{9}{512}$ (2) $X = 3$ 的機率大於 $X = 4$ 的機率 (3) $X = 4$ 的機率最大

- (4) X 的期望值為 $\frac{15}{4}$ (5) X 的標準差為 $\frac{\sqrt{15}}{4}$

3. () $f(x)$ 為一實係數四次多項式，且已知 $f(2i+1) = f(i+1) = 0$ ，請選出正確的選項。
(1) $y = f(x)$ 之圖形與 x 軸恰交於一點 (2) $f(2i-1) = 0$ (3) $f(x)$ 可被 $x^2 - 2x + 2$ 整除 (4) $f(x)$ 可被 $x^2 + 1$ 整除 (5) $y = f(x)$ 與 $y = x^5$ 之圖形至少有一個交點

三、填充題

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
分數	8	16	24	32	40	44	48	52	56	58

1. 小喬在每場網球比賽得勝的機率為 $\frac{2}{3}$ ，失敗的機率為 $\frac{1}{3}$ 。小喬共參加 4 場網球比賽，若每勝一場可得獎金 1000 元，每敗一場罰款 500 元，則小喬至少贏得 2000 元的機率為_____。

2. 設 $f(x)$ 為滿足下列條件的最低次實係數多項式： $f(x)$ 最高次項的係數為 2，且 i 、 -1 皆為方程式 $f(x)=0$ 的根（其中 $i=\sqrt{-1}$ ）。則 $f(x)$ 之各項係數和為_____。

3. 隨機變數 X 為 $n=10$ ， $p=0.6$ 的二項分布，且其機率分布表如下。

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$p(x)$	0.0001	0.0016	0.0106	0.0425	0.1115	0.2007	0.2508	0.215	0.1209	0.0403	0.006

小朱製作一枚硬幣，宣稱「此枚硬幣正面發生的機率是 0.6」，設定顯著水準為 0.05。若小朱連續投擲此枚硬幣 10 次共擲出 n 次正面，而拒絕「此枚硬幣正面發生的機率是 0.6」的假設，則 n 的所有可能值之和為_____。

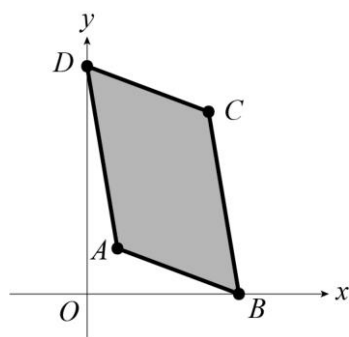
4. 設 $z = \frac{3+2i}{a-i}$ ，（其中 $i=\sqrt{-1}$ ）。若複數為 z 的共軛複數 $\bar{z}$ 滿足 $\bar{z} = z$ ，則實數 a 的值為_____。

5. 已知方程式 $x^3 - x^2 - 6x - 1 = 0$ 在連續整數 n 與 $n+1$ 之間有實根，則 n 的最大值為_____。

6. 某工廠生產 A 與 B 兩種產品，其總產能為每年 2 萬公斤。假設生產 A 的成本為每公斤 10 美元，生產 B 的成本為每公斤 5 美元，而今年工廠可用資金為 15 萬美元，若 A 的售價為每公斤 30 美元， B 的售價為每公斤 20 美元，試問最大淨利潤為_____萬美元。

7. 袋中有大小相同的紅球 2 顆，白球 4 顆，每次從袋中隨機取出 2 球，觀察顏色後再放回袋中，共取 90 次，每次取球都是獨立事件，令隨機變數 X 表示兩球異色的次數，則 X 的標準差為_____。

8. 某線性規劃問題的可行解區域為坐標平面上由點 $A(2, 3)$ ， $B(10, 0)$ ， $C(8, 12)$ 與 $D(0, 15)$ 所圍成的平行四邊形及其內部的點，如下圖所示。已知目標函數 $ax + by + 10$ （其中 a, b 為常數）在 D 點有最小值 -20 ，在 B 點有最大值 20，則目標函數 $bx - ay$ 在同個可行解區域內的最小值為_____。



9. 已知 $i+2$ 為四次實係數方程式 $x^4 - 7x^3 + px^2 + qx - 5 = 0$ 的其中一根，試回答以下問題。

(1) 數對 $(p, q) =$ _____ (2) 此方程式其他三個根為_____。

一、單選題(每題 6 分，共 18 分)

1. () 若三次方程式 $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d = 0$ 的三個根為 $-2, 3, 2i$ ，則方程式 $f(x^2) = 0$ 的虛根個數為何？

- (1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) 3 (5) 4

2. () 已知 a, b 為實數，設隨機變數 X 的機率分布如下表。

x	0	1	2	3
$P(X = x)$	a	$\frac{3}{8}$	b	$\frac{1}{8}$

且 X 的期望值 $E(X) = \frac{3}{2}$ ，若隨機變數 $Y = 2X + 3$ ，則下列哪一個選項有誤？

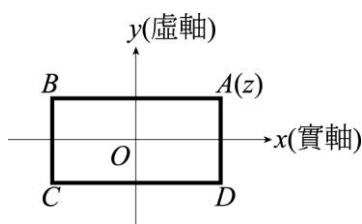
- (1) $a + b = \frac{1}{2}$ (2) $b = 3a$ (3) 變異數 $\text{Var}(X) = \frac{3}{4}$ (4) $E(Y) = 6$ (5) 變異數 $\text{Var}(Y) = \frac{9}{2}$

3. () 在複數平面上，所有滿足方程式 $|2z + i| = |z - 3 + 2i|$ 的複數 z 形成之圖形為何？

- (1) 一點 (2) 一直線 (3) 圓 (4) 一線段 (5) 拋物線

二、多選題(每題 8 分，共 24 分，錯一個選項得 6 分，錯兩個選項得 4 分，錯三個選項得 2 分，錯四個選項或五個選項或未作答得 0 分)

1. () 如下圖，矩形 $ABCD$ 的四邊平行坐標軸，中心在原點 O 。已知 A 點所對應的複數為 z ，(其中 $i = \sqrt{-1}$)，請選出正確的選項。



- (1) D 點所對應的複數為 z 的共軛複數 $\bar{z}$ (2) B 點所對應的複數為 $i \cdot \bar{z}$ (3) $\overline{AC} = \sqrt{2}|z|$ (4) $\overline{AB} = |z + \bar{z}|$
(5) $\overline{AD} = |z - \bar{z}|$

2. () 投擲一枚不均勻硬幣，出現正面的機率為 $\frac{3}{4}$ ，出現反面的機率為 $\frac{1}{4}$ 。今丟擲此硬幣 5 次，若 X 表示出現正面的次數，則下列敘述何者正確？

- (1) $X = 2$ 的機率為 $\frac{9}{512}$ (2) $X = 3$ 的機率大於 $X = 4$ 的機率 (3) $X = 4$ 的機率最大

- (4) X 的期望值為 $\frac{15}{4}$ (5) X 的標準差為 $\frac{\sqrt{15}}{4}$

3. () $f(x)$ 為一實係數四次多項式，且已知 $f(2i+1) = f(i+1) = 0$ ，請選出正確的選項。
(1) $y = f(x)$ 之圖形與 x 軸恰交於一點 (2) $f(2i-1) = 0$ (3) $f(x)$ 可被 $x^2 - 2x + 2$ 整除 (4) $f(x)$ 可被 $x^2 + 1$ 整除 (5) $y = f(x)$ 與 $y = x^5$ 之圖形至少有一個交點

三、填充題

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
分數	8	16	24	32	40	44	48	52	56	58

1. 小喬在每場網球比賽得勝的機率為 $\frac{2}{3}$ ，失敗的機率為 $\frac{1}{3}$ 。小喬共參加 4 場網球比賽，若每勝一場可得獎金 1000 元，每敗一場罰款 500 元，則小喬至少贏得 2000 元的機率為_____。

2. 設 $f(x)$ 為滿足下列條件的最低次實係數多項式： $f(x)$ 最高次項的係數為 2，且 i 、 -1 皆為方程式 $f(x)=0$ 的根（其中 $i=\sqrt{-1}$ ）。則 $f(x)$ 之各項係數和為_____。

3. 隨機變數 X 為 $n=10$ ， $p=0.6$ 的二項分布，且其機率分布表如下。

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$p(x)$	0.0001	0.0016	0.0106	0.0425	0.1115	0.2007	0.2508	0.215	0.1209	0.0403	0.006

小朱製作一枚硬幣，宣稱「此枚硬幣正面發生的機率是 0.6」，設定顯著水準為 0.05。若小朱連續投擲此枚硬幣 10 次共擲出 n 次正面，而拒絕「此枚硬幣正面發生的機率是 0.6」的假設，則 n 的所有可能值之和為_____。

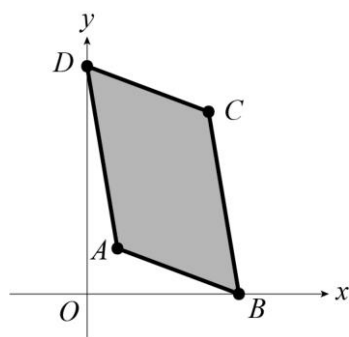
4. 設 $z = \frac{3+2i}{a-i}$ ，（其中 $i=\sqrt{-1}$ ）。若複數為 z 的共軛複數 $\bar{z}$ 滿足 $\bar{z} = z$ ，則實數 a 的值為_____。

5. 已知方程式 $x^3 - x^2 - 6x - 1 = 0$ 在連續整數 n 與 $n+1$ 之間有實根，則 n 的最大值為_____。

6. 某工廠生產 A 與 B 兩種產品，其總產能為每年 2 萬公斤。假設生產 A 的成本為每公斤 10 美元，生產 B 的成本為每公斤 5 美元，而今年工廠可用資金為 15 萬美元，若 A 的售價為每公斤 30 美元， B 的售價為每公斤 20 美元，試問最大淨利潤為_____萬美元。

7. 袋中有大小相同的紅球 2 顆，白球 4 顆，每次從袋中隨機取出 2 球，觀察顏色後再放回袋中，共取 90 次，每次取球都是獨立事件，令隨機變數 X 表示兩球異色的次數，則 X 的標準差為_____。

8. 某線性規劃問題的可行解區域為坐標平面上由點 $A(2, 3)$ ， $B(10, 0)$ ， $C(8, 12)$ 與 $D(0, 15)$ 所圍成的平行四邊形及其內部的點，如下圖所示。已知目標函數 $ax + by + 10$ （其中 a, b 為常數）在 D 點有最小值 -20 ，在 B 點有最大值 20，則目標函數 $bx - ay$ 在同個可行解區域內的最小值為_____。



9. 已知 $i+2$ 為四次實係數方程式 $x^4 - 7x^3 + px^2 + qx - 5 = 0$ 的其中一根，試回答以下問題。

(1) 數對 $(p, q) =$ _____ (2) 此方程式其他三個根為_____。

市立臺中一中 113 學年度第二學期 高三期末考 高三數學(乙組) 簡答

一、

1.(5) 2.(5) 3.(3)

二、

1.(1)(4)(5) 2.(3)(4)(5) 3.(3)(5)

三、

1. $\frac{16}{27}$ 2. 8 3. 20 4. $-\frac{3}{2}$ 5. 3 6. 35 7. $\frac{4\sqrt{35}}{5}$ 8. -28 9.(1)(16, -11) (2) $2-i, \frac{3\pm\sqrt{13}}{2}$