

彰化縣彰化高中 113 上高一第一次期中考

一、是非題（占 20 分）

說明：第 1 題至第 10 題，每題 2 分。

1. 若 a 為無理數，則 a^2 為有理數。
2. 任意兩個相異有理數之間會有無限多個有理數。
3. 設 a 為無理數， b 、 c 為有理數，若 $ab = ac$ ，則 $b = c$ 。
4. 若 x 為實數，則 $|x|$ 為正數。
5. 若 x 為實數，則 $|x+2| - |x-2|$ 的最小值為 -4 。
6. 若 a 為正數，則 $a^{\frac{7}{2}} = \sqrt{a^7}$ 。
7. 若 a 為正數，則 $a^{\frac{2}{5}}$ 與 $a^{\frac{5}{2}}$ 互為倒數。
8. 若 a 為正數，則 $\left(a^{\sqrt{3}}\right)^2 = a^3$ 。
9. 若 a 為大於 1 的正數，則 $\sqrt{a^2 + \frac{1}{a^2}} - 2 + \sqrt{a^2 + \frac{1}{a^2}} - 2 = \frac{2}{a}$ 。
10. $10^{10 \log 2} > 10^3$ 。

二、多選題（占 20 分）

說明：第 11 題至第 12 題，每題 10 分。（每個選項 2 分）

11. 已知實數 x, y 滿足 $-2 \leq x \leq 3, |y - 3| \leq 2$, 則下列各式之範圍哪些是正確的?

(1) $-1 \leq x + y \leq 8$

(2) $-3 \leq x - y \leq -2$

(3) $4 \leq x^2 \leq 9$

(4) $-2 \leq \frac{x}{y} \leq 3$

(5) $-6 \leq xy + x + y - 2 \leq 24$

12. 請選出正確的選項。

(1) 9.601×10^6 為取 3 位有效數字表示科學記號。

(2) 2.718×10^{10} 為 10 位數

(3) 3.141596×10^{-7} 小數點後第 7 位開始不為 0

(4) $\log 555666$ 介於 5 與 6 之間

(5) $\log 0.0113$ 介於 -2 與 -1 之間

三、填充題 (占 52 分)

說明：第 13 題至第 25 題，每題 4 分。

13. 將循環小數 $2.0\overline{24}$ 化為最簡分數【 】。

14. 展開並化簡 $(x - y + 1)^2 =$ 【 】。

15. 化簡 $\sqrt{21 - 2\sqrt{68}} + \frac{12}{\sqrt{21 - 2\sqrt{68}}} =$ 【 】。

16. 設 x, y 為正數，且 $xy = 24$ ，則 $8x + 3y$ 的最小值 =【 】。

17. 數線上，有相異三點 A, B, C 滿足 $\overline{AB} : \overline{BC} = 5 : 7$ ，已知 $A(-6), B(y), C(4)$ ，試求 y 的值 =【 】。

18. A 元素之半衰期為 20 天， B 元素之半衰期為 12 天，若某物品中 A, B 兩元素之質量比為 5 : 8，則【 】天後 A, B 兩元素質量比值為 10。

19. 試比較 $a = 2^{0.6}$ ， $b = \frac{1}{\sqrt[3]{0.5}}$ ， $c = \sqrt[3]{2}$ ， $d = 64^{\frac{1}{11}}$ 這四個數的大小關係為【 】。

20. 試求 $10^{\log 35} \times 10^{-\log 7} \times 10^{\log((0.2)^2)} =$ 【 】。

21. 已知數線上有相異四點 $A(-5)$ ， $B(x)$ ， $C(2)$ ， $D(2x-3)$ ，且滿足 $2\overline{AB} + 3\overline{CD} = 19$ ，則 $x =$ 【 】。

22. 若 a 為正實數，且 $a^{\frac{1}{2}} - a^{-\frac{1}{2}} = 5$ ， $a + a^{-1} =$ 【 】。

23. 已知 $a^{2x} = 11$ ，則 $\frac{a^{3x} - a^{-3x}}{a^x - a^{-x}}$ 之值為【 】。

24. 設 a, b 為實數，若 $|ax+2| \leq b$ 之解為 $-\frac{1}{3} \leq x \leq 3$ ，求 (a, b) 的值 $=$ 【 】。

25. 有【 】個整數 x 滿足 $|5x| + 3x < 114$ 。

四、計算證明題（占 8 分）

說明：第 26 題至第 27 題。

26. (1) 利用常用對數的定義與指數律求：

若 $\log 3 = t$ ，且 $9 = 10^p$ ，用 t 表示 p 。(2 分)

(2) 承 (1)，已知 $\log 3$ 為無理數，試證明 $\log 9$ 也是無理數。(2 分)

27. 已知 x 為實數，若 $t = 3^x + 3^{-x}$ ，令 t 的最小值為 k ，且此時 x 的值為 h ，求數對 (h, k) 。(4 分)

參考答案

1. $\times$ 2. $\bigcirc$ 3. $\bigcirc$ 4. $\times$ 5. $\bigcirc$

6. $\bigcirc$ 7. $\times$ 8. $\times$ 9. $\times$ 10. $\bigcirc$

11. 14 12. 345

13. $\frac{334}{165}$

14. $x^2 + y^2 - 2xy + 2x - 2y + 1$

15. $\frac{25\sqrt{17} - 2}{13}$

16. 48

17. -31 或 $-\frac{11}{6}$

18. 120

19. $a > d > c > b$

20. 0.2

21. 3 或 $\frac{3}{2}$

22. 27

23. $\frac{133}{11}$

24. $\left(-\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$

25. 71

26. (1) $p = 2t$; (2) 略

27. $(0, 2)$

6