

台中市文華高中 113 上高一第二次期中考

一、單選題（占 25 分）

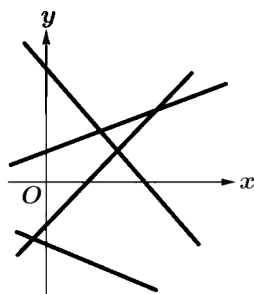
說明：第 1 題至第 5 題，每題 5 分。

1. 坐標平面上，直線 $L: y = m(x + 7) + 5$ 與圓 $C: x^2 + y^2 + 8x - 6y + 1 = 0$ 相交於 A, B 兩點，當 $\overline{AB}$ 的長度最大時， m 值為何？

- (1) 0
- (2) $\frac{1}{2}$
- (3) $-\frac{1}{2}$
- (4) $\frac{2}{3}$
- (5) $-\frac{2}{3}$

2. 四條直線 $y = ax - 3$ ， $y = bx - 2$ ， $y = cx + 1$ ， $y = dx + 4$ 的圖形如右，比較 a, b, c, d 之大小？

- (1) $a > b > c > d$
- (2) $b > c > a > d$
- (3) $c > b > d > a$
- (4) $c > b > a > d$
- (5) $d > c > b > a$



3. 已知 $a = \log 2$ ，則 $1000^a - 10^{-2a} = ?$

(1) $\frac{21}{4}$

(2) $\frac{25}{4}$

(3) $\frac{31}{4}$

(4) $\frac{33}{4}$

(5) $\frac{35}{4}$

4. 坐標平面上有一矩形 $ABCD$ ，它的兩對角線交於點 $M(4, 0)$ ， $\overrightarrow{AB}$ 方程式為 $2x - y + 4 = 0$ ，且點 $P(6, -4)$ 在 $\overrightarrow{AD}$ 上，則矩形 $ABCD$ 面積為何？

(1) 28

(2) 56

(3) $\frac{72}{5}$

(4) $\frac{144}{5}$

(5) $\frac{288}{5}$

5. 坐標平面上，將直線 L 向右平移 4 單位，再向下平移 2 單位後得到直線 $L' : 3x + 4y = 5$ ，則 L 與 L' 的距離為何？

(1) 4

(2) $\sqrt{20}$

(3) $\sqrt{13}$

(4) $\frac{4}{5}$

(5) $\frac{3}{5}$

二、多選題（占 24 分）

說明：第 6 題至第 9 題，每題 6 分。(6-4-2-0)

6. 下列哪些 k 值會使得方程式 $x^2 + y^2 - 2kx + 3y + k^2 + k + 1 = 0$ 的圓形為一圓，且使 $P(1, -1)$ 在此圓的圓外？

- (1) -2
- (2) -1
- (3) 0
- (4) 1
- (5) 2

7. 已知坐標平面上三點 $A(1, 1)$ ， $B(4, 2)$ ， $C(3, 4)$ ，若過點 $(2, 0)$ 的直線 L 與 $\triangle ABC$ 交於兩點，則下列哪些可能為直線 L 的斜率？

- (1) -2
- (2) -1
- (3) 0
- (4) 1
- (5) 2

8. 在坐標平面上，下列五組條件中，哪幾組可決定出唯一一個圓？

- (1) 過三點 $(3, 0)$ ， $(2, 1)$ ， $(1, 2)$
- (2) 以 $(1, 1)$ 與 $(3, 4)$ 為直徑的兩端點
- (3) 過四點 $(-1, 0)$ ， $(0, 0)$ ， $(0, 1)$ ， $(-1, 2)$
- (4) 過點 $(2, 1)$ ，且與 x 軸、 y 軸都相切
- (5) 已知兩點 $A(-2, 0)$ ， $B(6, 0)$ ，滿足 $\overline{PA} = 3\overline{PB}$ 的 P 點軌跡

9. 過 $A(1, 2)$ ， $B(3, 0)$ 兩點且圓心在直線 $2x - y = 3$ 上的圓方程式為 $x^2 + y^2 + dx + ey + f = 0$ ，則下列敘述何者正確？

- (1) $d = -4$
- (2) $e = 2$
- (3) $f = 5$
- (4) 圓面積 $= 2\pi$
- (5) 圓心 $(1, -1)$

三、填充題（占 45 分）

說明：第 10 題至第 18 題，每題 5 分。

10. 平面上 $A(1, a)$, $B(-1, 1)$, 若 $\overline{AB}$ 的垂直平分線為 $x + 2y + k = 0$,

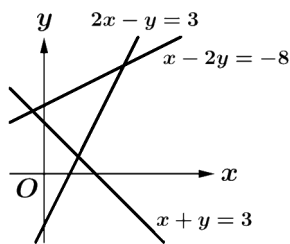
則數對 $(a, k) = (\textcircled{10-1}, \textcircled{10-2} \textcircled{10-3})$ 。

11. $\triangle ABC$ 中, 已知 $A(-2, 3)$, $B(4, 5)$ 且垂心為 $H(1, 2)$, 若直線 BC 的方程式為 $ax - y + c = 0$, 則數

對 $(a, c) = (\textcircled{11-1}, \textcircled{11-2} \textcircled{11-3})$ 。

12. 如圖, 若點 $(k, k+2)$ 在三直線 $x+y=3$, $2x-y=3$, $x-2y=-8$ 所圍成的三角形內部(不含三邊),

實數 k 的最大可能範圍為: $\frac{\textcircled{12-1}}{\textcircled{12-2}} < k < \textcircled{12-3}$ 。



13. 若溶液中的氫離子濃度為 a mol/L, 規定它的 pH 值是 $-\log a$,

今有 pH 值為 5 的 A 溶液 1 公升與 pH 值為 6 的 B 溶液 2 公升,

混合之後的 pH 值 = $\textcircled{13-1}.\textcircled{13-2}$ 。

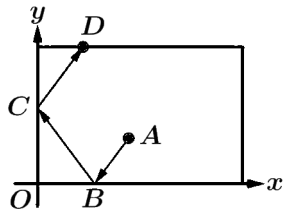
(四捨五入到小數點後第一位, $\log 2 \approx 0.301$)

14. 設直線 $L: 3x + y - 7 = 0$ 與圓 $C: x^2 + y^2 + \frac{a}{2}x - 6y + b = 0$ 相切於點 $A(1, k)$, 則

數對 $(a, b, k) = (\textcircled{14-1}, \textcircled{14-2}, \textcircled{14-3})$ 。

15. 撞球檯上，一球自點 $A(4, 2)$ 先撞至檯邊上一點 $B(b, 0)$ ，經反彈後再碰至檯邊上一點 $C(0, c)$ ，最後通過點

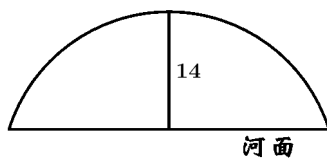
$D(2, 6)$ ，如圖所示，則 $b + c = \frac{\textcircled{15-1} \textcircled{15-2}}{\textcircled{15-3}}$ 。



16. 已知圓 $C: 2x^2 + 2y^2 - 8x + 6y + k = 0$ ，若圓 C 與 y 軸相切，則 k 值 = $\frac{\textcircled{16-1}}{\textcircled{16-2}}$ 。

17. 坐標平面上 $P(-4, 1)$ 處有一光源，將圓 $C: x^2 + y^2 + 2x - 1 = 0$ 投射在 y 軸上，則此圓在 y 軸上的陰影長度為 $\frac{\textcircled{17-1} \textcircled{17-2}}{\textcircled{17-3}}$ 。

18. 一圓弧形拱橋，其圓弧最高點距離河面有 14 公尺，且距離拱橋最高點的水平距離 12 公尺處，拱橋高度為 10 公尺，若不考慮橋的厚度，此拱橋寬為 $\textcircled{18-1} \sqrt{\textcircled{18-2} \textcircled{18-3}}$ 公尺。(化為最簡根式)



四、計算題（占 6 分）

說明：第 19 題，每題 6 分。

19. 坐標平面上兩平行線的方程式分別為 $L_1: 3x - 4y = 0$ 及 $L_2: 3x - 4y + 20 = 0$ ，若將一個半徑為 3 單位的圓形銅板放在此坐標平面上，此銅板會與及皆各交於兩點；符合此條件的銅板圓心會落在區域 R 內，求最大的範圍 R ：

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 > 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 < 0 \end{cases}$$

(以二元一次聯立不等式表示)

參考答案

1. 5 2. 2 3. 3 4. 5 5. 4

6. 12 7. 15 8. 25 9. 14

10. $(5, -6)$

11. $(3, -7)$

12. $\frac{1}{2} < k < 4$

13. 5, 4

14. $(8, 3, 4)$

15. $\frac{35}{6}$

16. $\frac{9}{2}$

17. $\frac{32}{7}$

18. $4\sqrt{91}$

19. $\begin{cases} 3x - 4y + 15 > 0 \\ 3x - 4y + 5 < 0 \end{cases}$