

台北市成功高中 113 上高一第二次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 90 分）

一、多選題（占 24 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題 8 分。(8-5-2-0)

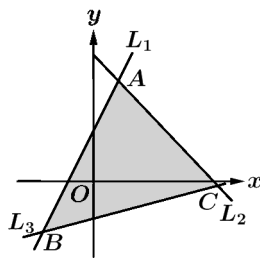
1. 設三個點坐標為 $A(1, -4)$ ， $B(3, -4)$ ， $C(5, 0)$ 。下列敘述哪些正確？

- (1) 直線 AB 的斜率為 2
- (2) 直線 AC 的斜率為 1
- (3) $\overline{AB}$ 的中垂線方程式為 $x = 2$
- (4) $\overline{AC}$ 的中垂線方程式為 $x + y + 1 = 0$
- (5) $\triangle ABC$ 的外接圓方程式為 $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 10$

2. 圖中， $\triangle ABC$ 的內部及其邊界為二元一次聯立不等式

$$\begin{cases} ax - y + b \geq 0 \\ x + cy + d \leq 0 \\ ex + 3y + 6 \geq 0 \end{cases} \quad \text{的解，其中 } A(1, 4)，\text{ 且 } a, b, c, d, e \text{ 為實數，則下列哪些選項正確？}$$

- (1) $a > 0$
- (2) $d > 0$
- (3) $e > 0$
- (4) $a + b = 4$
- (5) 直線 AB 的斜率小於 6



3. 在坐標平面上，設圓 $C: x^2 + y^2 - 10x - 12y + 52 = 0$ ，直線 $L: 3x - 4y = 1$ 。請選出正確的選項：

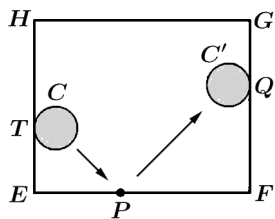
- (1) 圓 C 的半徑為 9
- (2) 圓 C 對稱於直線 $3x - 4y + 9 = 0$
- (3) 圓 C 上共有 6 個點和原點距離為整數值
- (4) 圓 C 上的點與直線 L 的最遠距離為 5
- (5) 圓 C 上共有 4 個點與直線 L 的距離為 2

二、填充題（占 66 分）

說明：第 4 題至第 14 題。											
答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
分數	8	16	24	32	38	44	50	54	58	62	66

4. 試求點 $P(5, 5)$ 對於直線 $L : 4x + 3y - 10 = 0$ 的對稱點坐標為【 】。
5. 給定平面上三點 $(-4, -3)$ 、 $(4, -2)$ 、 $(3, 1)$ ，若有第四點和此三點形成一菱形（四邊長皆相等），則第四點的坐標為【 】。
6. 設直線 $L : 5x - 12y - 8 = 0$ ， $P(x, y)$ 為 L 上的點，則 $\sqrt{(x-2)^2 + (y+2)^2}$ 的最小值為【 】。
7. 已知 $x^2 + y^2 - 4x + 4y + k = 0$ 的圖形為一圓，且點 $A(1, -3)$ 在圓外，則實數 k 的範圍為【 】。
8. 過 $O(0, 0)$ 作圓 $C : x^2 + y^2 - 6x + 8y + 16 = 0$ 之兩條切線，切點為 P 、 Q ，則三角形 OPQ 外接圓方程式為【 】。
9. 已知直線 L 平行於直線 $x + y + 5 = 0$ 且與圓 $C : x^2 + y^2 + 6x - 2y + 8 = 0$ 相切，則直線 L 方程式為【 】。（有兩解）
10. 平面上，已知直線 L 的斜率為 $\frac{1}{4}$ ，且 L 與兩坐標軸圍成的三角形面積為 2，試求 L 的方程式為【 】。（有兩解）
11. 已知直線 $L : y = m(x - 3) + 5$ 與圓 $C : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$ 有交點，則實數 m 的範圍為【 】。
12. 設兩圓 $C_1 : x^2 + y^2 = 16$ ，與圓 $C_2 : (x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 8$ 交於 A 、 B 兩點，則直線 AB 方程式為【 】。
13. 在坐標平面上，已知兩個定點 $A(-5, 0)$ 、 $B(-2, 4)$ ，
設點 P 為圓 $C : (x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 4$ 的動點，
則三角形 PAB 面積的最大值為【 】。

14. 小成 想要在電腦上利用圓的平移動態進行撞球反射路徑模擬，如圖所示，其中矩形 $HEFG$ 的長為 50 cm ，寬為 40 cm ；圓 C 的半徑為 5 cm 。一開始圓 C 與 $\overline{HE}$ 相切於點 T ， $\overline{TE} = 15\text{ cm}$ ，已知圓 C 沿直線移動碰撞到 $\overline{EF}$ 上的 P 點後（遵循反射定律）反射至圓 C' 位置，若圓 C' 與 $\overline{GF}$ 相切於點 Q ，且 $\overline{QF} = 25\text{ cm}$ ，則 $\overline{PE} =$ 【 】 cm 。



第貳部分：混合題（占 10 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

15 — 17 題組

考慮坐標平面上的直線 $L: (5k + 3)x + (4k - 2)y + (7 - 3k) = 0$ （其中 k 為一實數），以及長方形 $ABCD$ ，其頂點坐標為 $A(-2, -4)$ 、 $B(8, -4)$ 、 $C(8, 10)$ 、 $D(-2, 10)$ 。設 L 分別交直線 AD 、直線 BC 於點 E 、 F 。請回答下列問題：

15. 若不論實數 k 的值為何，直線 L 恆通過定點 P ，則點 P 的坐標為何？（非選擇題，3 分）

16. 若直線 L 平分長方形 $ABCD$ 的面積，則直線 L 的斜率為何？（非選擇題，2 分）

17. 若直線 L 的斜率為 $-\frac{6}{7}$ ，請問線段 $\overline{EF}$ 上的點是否完全落在長方形 $ABCD$ 的內部（含邊界）？（非選擇題，5 分）

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 235 2. 145 3. 24

4. $(-3, -1)$

5. $(11, 2)$

6. 2

7. $6 < k < 8$

8. $x^2 + y^2 - 3x + 4y = 0$

9. $x + y = 0$, $x + y = -4$

10. $x - 4y = 4$, $x - 4y = -4$

11. $m \geq \frac{5}{12}$

12. $6x - 8y = 33$

13. 27

14. $\frac{55}{3}$

第貳部分：混合題

15. $(-1, 2)$

16. $\frac{1}{4}$

17. 否