

台南市台南一中 113 上高一第二次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 88 分）

一、多選題（占 18 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題 6 分。(6-4-2-0)

1. 請在下列選項中選出兩組不等式的解完全相同的選項？

- (1) $|x| \geq 1$ 和 $x^2 \geq 1$
- (2) $x^3 > x$ 和 $(x+1)(x-1) > 0$
- (3) $(x+2)(x-3) < 0$ 和 $x^2(x+2)(x-3) < 0$
- (4) $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4) < (x-1)(x-2)(x+5)$ 和 $(x-3)(x-4) < x+5$
- (5) $(x^2+x+2)(x-3)(x-4) > 0$ 和 $(x^2+x+2)(x-3)^3(x-4) > 0$

2. 設一次函數 $f_1(x) = ax + b$ ，二次函數 $f_2(x) = ax^2 + bx + c$ ，

三次函數 $f_3(x) = a(x-h)^3 + p(x-h) + k$ ，請問下列敘述何者正確？

- (1) 若 $y = f_1(x)$ 的圖形恰通過 2 個象限時，則 $b = 0$
- (2) 若 $y = f_2(x)$ 的圖形恰通過 2 個象限時，則 $b^2 - 4ac \leq 0$
- (3) 若 $b^2 - 4ac > 0$ 時，則 $y = f_2(x)$ 的圖形必通過 4 個象限
- (4) 若 $ap < 0$ 且 $(h, k) = (0, 0)$ 時，則 $y = f_3(x)$ 的圖形必通過 4 個象限
- (5) 若 $y = f_3(x)$ 的圖形恰通過 2 個象限時，則 $ap > 0$

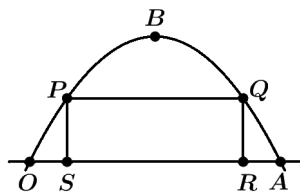
3. 設 $f(x)$ 為三次多項式， $(x^2 - 1)f(x)$ 除以 $x^3 + 2$ 得到商式為 $Q(x)$ ，餘式為 $x - 1$ ，且 $f(0) = 3$ ，請問下列敘述何者正確？

- (1) $Q(x)$ 為二次多項式
- (2) $Q(-1) = 0$
- (3) $Q(0) = -1$
- (4) $Q(x) = 2x^2 + x - 1$
- (5) $f(2) = 17$

二、填充題（占 70 分）

說明：第 4 題至第 17 題，每題 5 分。

4. 求多項式 $(4x^4 + 2x^3 - 3)^2$ 除以 $x^2 - 1$ 的餘式為【 】。
5. 求不等式 $-x < x^2 - 6 < x$ 的解為【 】。
6. 若二次不等式 $kx^2 - 4x + k + 3 > 0$ 的解為任意實數，試求實數 k 的範圍為【 】。
7. 設 $f(x) = 5x^5 - 3x^4 + 3x^3 + 12x^2 - 11x + 4$ ，求 $f\left(-\frac{2}{5}\right)$ 之值 =【 】。
8. 滿足不等式 $(x^4 - x^2)(x^3 - 8)(x^3 + 27) \leq 0$ 的整數解有【 】個。
9. 設 $f(x) = x^5 - 3x^4 + 3x^3 + x - 2$ ，求 $f(1.999)$ 的近似值 =【 】。（四捨五入求到小數點後第三位）
10. 將 $y = f(x)$ 的圖形向左平移 1 單位和 $y = f(x)$ 的圖形向上平移 3 單位的兩圖形恰好重合即 $f(x+1) = f(x) + 3$ ，且 $f(1) = 5$ ，求 $f(x) =$ 【 】。
11. 已知 a, b 為實數，二次函數 $y = ax^2 + bx$ 在 $x = a$ 時， y 有最小值 b ，求 $a + b =$ 【 】。
12. 將二次函數 $\Gamma_1: y = 2x^2 + 3x + 4$ 的圖形對 x 軸作對稱得新的二次函數 Γ_2 ，設 Γ_2 的頂點坐標為 A ，求 A 點對直線 $y = x$ 作對稱的點坐標為【 】。
13. 如圖，隧道的橫截面為拋物線，底部 $\overline{OA} = 12$ ，頂點 B 到底部距離為 6， P, Q 在拋物線上， R, S 在 $\overline{OA}$ 上，使得四邊形 $PQRS$ 為矩形，當 $\overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{PS}$ 長度最大時，求矩形 $PQRS$ 面積為【 】。



14. 設三次函數 $y = ax^3 + bx^2$ 的廣域特徵為 $y = -2x^3$ ，且 $y = f(x)$ 在對稱中心附近的一次近似為直線 $y = 6x - 2$ ，求 $y = f(x)$ 的對稱中心 =【 】。

15. 已知 a, b, c 為實數，若不等式 $x^3 + ax^2 + b \geq 0$ 的解為 $x \geq c$ 或 $x = -2$ ，求 $a + b + c =$ 【 】。

16. 函數 $y = (x - 2)(|x - 2| - 2)$ 的圖形和 $y = k$ 的圖形恰有 3 個交點，求實數 k 的範圍為【 】。

17. 四次多項式 $f(x)$ 滿足 $f(1) = f(-1) = 1$ ， $f(2) = f(-2) = \frac{1}{4}$ ， $f(3) = f(-3) = \frac{1}{9}$ ，求 $f(4) =$ 【 】。

第貳部分：混合題（占 12 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

18-20 題組

設 a, b 為實數，已知 $f(x) = x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + ax + b$ 有 $x^2 + x$ 的因式，求

18. 數對 $(a, b) = ?$ (非選題題，4 分)

19. 請說明： $x^4 + x^2 + 1 > 0$ 對任意實數 x 皆成立。(非選題題，4 分)

20. 請利用 18.19. 解不等式 $f(x) < 0$ 。(非選題題，4 分)

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 15 2. 124 3. 135

4. $4x + 5$

5. $2 < x < 3$

6. $k > 1$

7. 10

8. 6

9. 7.979

10. $3x + 2$

11. -6

12. $\left(-\frac{23}{8}, -\frac{3}{4}\right)$

13. 27

14. (1, 4)

15. 0

16. $-1 < k < 1$

17. $\frac{9}{4}$

第貳部分：混合題

18. (1, 0)

19. 略

20. $-1 < x < 0$