

臺北市立第一女子高級中學 113 學年度第一學期高三數學(乙)第二次期中考試題 P.1

一、單選題 (20 分)

1. 已知三次函數 $f(x) = a(x-h)^3 + p(x-h) + k$ ，在 $x=1$ 時有極大值 5，在 $x=9$ 時有極小值 -1，則 (h, k) 為何？

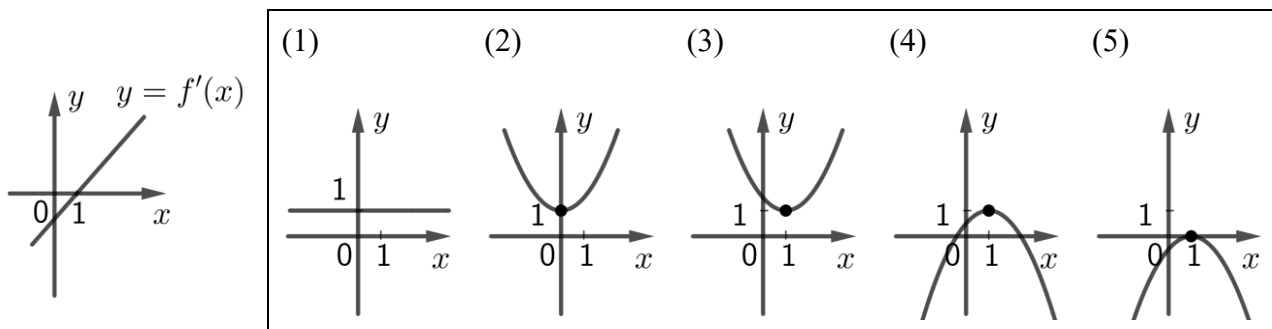
(1) (0,0) (2) (5,2) (3) (10,4) (4) (4,2) (5) (5,0)

2. 已知 $f(x)$ 在 $x=a$ 附近的一次近似就是 $f(x)$ 在 $x=a$ 的切線方程式。根據導數的定義，

若三次函數 $f(x)$ 滿足 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-5}{x-2} = 4$ ，則下列何者為 $f(x)$ 在 $x=2$ 附近的一次近似？

(1) $y=5$ (2) $y=4x$ (3) $y=4x-3$ (4) $y=4x+3$ (5) $y=4x-18$

3. 下圖為導函數 $y = f'(x)$ 的部分圖形，試問下列哪個選項可能為 $y = f(x)$ 的部分圖形？



4. 已知點 $(1, 4)$ 為四次函數 $f(x) = x^4 + ax^2 + 3x + b$ 圖形的一個反曲點，則另一個反曲點為何？

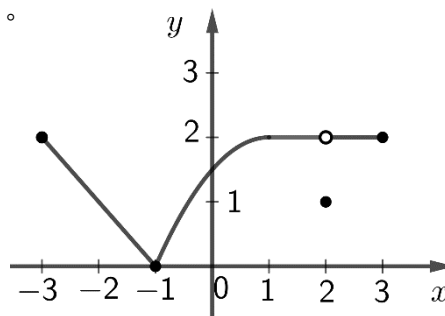
(1) (0,0) (2) (1,-2) (3) (-1,4) (4) (-1,-2) (5) 無另一個反曲點

二、多選題 (30 分)

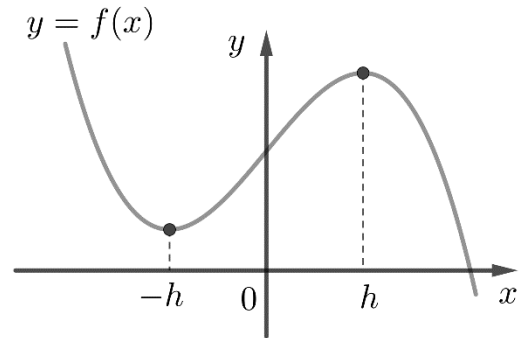
說明：第 5 至 7 題為多選題，每題各有五個選項，其中至少有一個選項是正確的。每題 10 分，各選項 2 分，採獨立計分，整題未作答者得 0 分。

5. 若函數 $f(x)$ 在 $-3 \leq x \leq 3$ 的定義如右圖，請選出正確選項。

- (1) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 0$
 (2) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 不存在
 (3) $f'(-2) = -1$
 (4) $f'(-1) = 0$
 (5) $f'(2) = 0$



6. 右圖為三次函數 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 的部分圖形，且在 $x = h$ 與 $x = -h$ 發生極值，已知 $0 < k < h$ ，請選出正確選項。



- (1) 點 $(0, d)$ 為反曲點
 - (2) $f'(k) > 0$
 - (3) $f''(k) > 0$
 - (4) $b^2 - 3ac > 0$
 - (5) $y = f(x)$ 的所有切線中，斜率最大時的切點坐標為 $(h, f(h))$
7. 設 k 為實數，關於三次函數 $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + k$ 的敘述，請選出正確選項。
- (1) $f(x)$ 在區間 $[4, 6]$ 遞減。
 - (2) $f(x)$ 在區間 $[4, 6]$ 凹口向上。
 - (3) 不論 k 值為何， $f(x)$ 在 $x = 5$ 處有極小值。
 - (4) 若 $f(5) > 0$ ，則 $f(x) > 0$ 恆成立。
 - (5) 不論 k 值為何， $y = f(x)$ 與 x 軸有 3 個交點。

三、填充題 (40 分)

說明：第 8 至 12 題共 8 格，採下列分段給分：

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8
得分	7	14	21	28	31	34	37	40

8. 若廠商生產 x 件商品的成本函數為 $C(x) = \frac{1}{10000}x^3 - \frac{3}{20}x^2 + 175x + 50000$ (單位：元)，則：
- (1) 邊際成本函數 $C'(x) =$ _____ 元。
 - (2) 在產量為 500 件時的邊際成本為 _____ 元。

臺北市立第一女子高級中學 113 學年度第一學期高三數學(乙)第二次期中考試題 P.3

9. 將長為 24 公分、寬為 9 公分的長方形硬紙板，四個角各截去一個大小相同正方形，然後再將各邊摺起來，做成一個無蓋的長方體紙盒，則紙盒的最大體積為_____立方公分。
10. 設 $f(x) = 2x^3 + bx^2 + cx + d$ ，已知點 $(1, 4)$ 是三次函數 $y = f(x)$ 圖形中唯一有水平切線的點，試求序對 (b, c, d) 為_____。
11. 若某工廠銷售 x 個商品的利潤，滿足一個實係數二次函數 $f(x)$ 的模型 (單位：元)，且其邊際利潤函數為 $f'(x) = 400 - 0.4x$ (單位：元/個)，已知銷售 500 個商品的利潤為 17 萬元，即 $f(500) = 170000$ ，則：
- (1) 該模型 $f(x) =$ _____ (單位：元)。
- (2) 此工廠銷售該商品可獲得的最大利潤為_____元。
12. 設 $f(x) = x^3 + 3x^2 + x + 3$ ，通過點 $P(-3, 0)$ 且與 $y = f(x)$ 的函數圖形相切的直線有兩條：
- (1) 以 P 點為切點的切線方程式為_____。
- (2) 通過 P 點，但不以 P 點為切點的切線方程式為_____。

四、混合題 (10 分)

13. 已知一個四次實係數多項式 $f(x)$ 的極小值為 $-\frac{27}{16}$ ，反曲點為 $(a, 0)$ 與 $(b, -1)$ ，通過 $(2, 0)$ ，

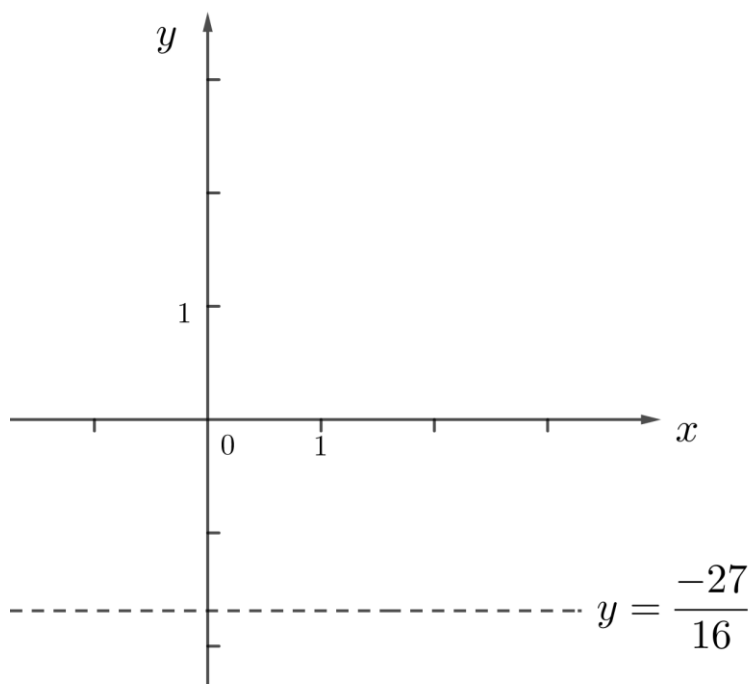
且滿足下列性質：

x 的範圍	$x < 0$	$0 < x < 1$	$1 < x < \frac{3}{2}$	$x > \frac{3}{2}$
$f'(x)$	負	負	負	正
$f''(x)$	正	負	正	正

(1) 請選出遞減且凹口向上的區間。(3 分，單選題)

- (1) $(-1, 0)$ (2) $(0, 1)$ (3) $(1, 2)$ (4) $(2, 3)$ (5) $(3, 4)$

(2) 試在「答案卷」的坐標平面上畫出 $f(x)$ 的圖形，並標記出極值點、反曲點。(7 分)



班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、單 選 題 (20 分)			
1	2	3	4

二、多 選 題 (30 分)		
5	6	7

三、填 充 題 (40 分)		答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8
		得分	7	14	21	28	31	34	37	40
8 (1)		8 (2)		9			10			
11 (1)		11 (2)		12 (1)			12 (2)			

四、混 合 題 (10 分)

13 (1) (單選題 3 分)

(2) 試在下列坐標平面上畫出 $f(x)$ 的圖形，並標記出極值點、反曲點。(7 分)

$y = -\frac{27}{16}$

一、單選題 (20 分)			
1	2	3	4
2	3	3	4

二、多選題 (30 分)		
5	6	7
13	124	23

三、填充題 (40 分)		答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8
		得分	7	14	21	28	31	34	37	40
8 (1)	8 (2)		9		10					
$C'(x) = \frac{3}{10000}x^2 - \frac{3}{10}x + 175$	100		200		(-6, 6, 2)					
11 (1)	11 (2)		12 (1)		12 (2)					
$f(x) = -0.2x^2 + 400x + 20000$	22 萬		$y = 10x + 30$		$y = x + 3$					

四、混合題 (10 分)

14 (1) **1** (單選題 3 分)

(2) 試在下列坐標平面上畫出 $f(x)$ 的圖形，並標記出極值點、反曲點。(7 分)

