

113 學年度第二學期第一次定期考高二數 B 試題

命題範圍：1-1 空間概念、1-2 空間坐標系、第 2 章圓錐曲線的認識
與應用。

一、多選題（每題 10 分，共 10 分）

1. 試選出下列正確的選項。

- (A)在平面上，若兩相異直線沒有交點，則這兩條直線一定平行。
- (B)在空間中，若兩相異直線沒有交點，則這兩條直線一定平行。
- (C)在空間中，過已知直線外一點，恰有一平面與此直線垂直。
- (D)在空間中，過已知直線外一點，恰有一平面與此直線平行。
- (E)在空間中，過已知平面外一點，恰有一直線與此平面垂直。
- (F)在空間中，過已知平面外一點，恰有一直線與此平面平行。
- (G)在空間中，過已知平面外一點，恰有一平面與此平面垂直。
- (H)在空間中，過已知平面外一點，恰有一平面與此平面平行。

二、填充題與配合題（配分如各題後所示，共 30 分）

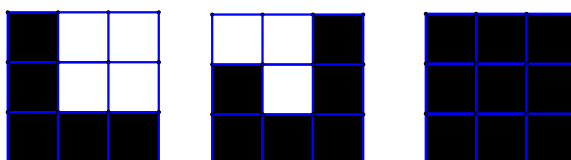
2. 設點 P 的坐標為 $(3, 5, -7)$ ，試求：

(1)點 P 到 xy 平面的距離為多少？【3 分】

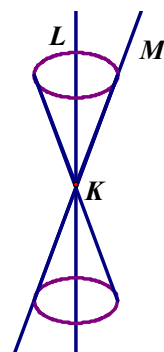
(2)點 P 到 y 軸的距離為多少？【3 分】

(3)點 P 對於 yz 平面的對稱點坐標為何？【3 分】

3. 已知空間中的某立體圖形是由許多個邊長為 1 的正立方體積木組成，而下圖由左至右依序為此立體圖形的前視圖、右視圖、上視圖，試問此立體圖形最大體積為多少？【3 分】

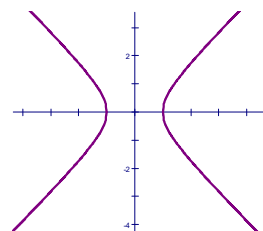
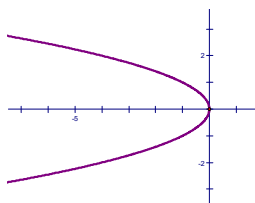
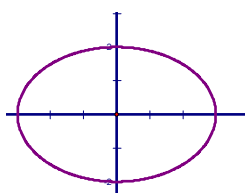
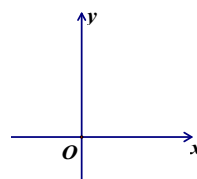


4. 如右圖，在空間中有兩條直線 L, M 交於 K 點，且夾角為 20 度，現將直線 M 繞直線 L 轉一圈，會形成一個頂點在 K 點的直圓錐面。已知平面 E 不過 K 點，試針對下列各小題的平面條件，回答平面 E 與此直圓錐面的截痕是甚麼圖形？

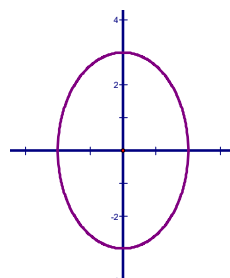
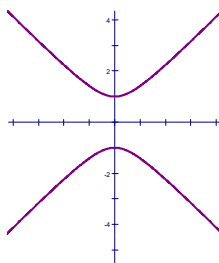
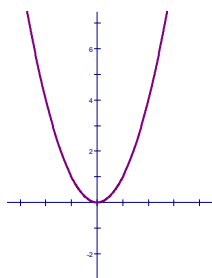


- (1) 平面 E 的法向量與直線 L 的方向向量平行。 【3 分】
 (2) 平面 E 的法向量與直線 L 的方向向量夾 60 度。 【3 分】
 (3) 平面 E 的法向量與直線 L 的方向向量夾 70 度。 【3 分】
 (4) 平面 E 的法向量與直線 L 的方向向量夾 80 度。 【3 分】
5. 連連看：試將下列六個方程式和六個圖形做一一對應。 【6 分】

※下方的六個圖形皆是以右圖的坐標系格式呈現。



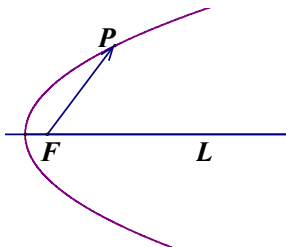
$$y = x^2 \quad x = -y^2 \quad \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1 \quad \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1 \quad x^2 - y^2 = 1 \quad -x^2 + y^2 = 1$$



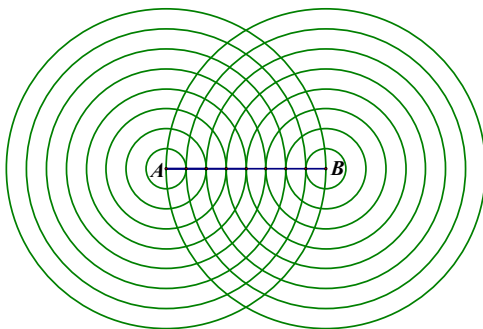
三、作圖題（每小題 6 分，共 18 分）

6. 有關圓錐曲線的光學性質與圖形，請畫出下列各小題的圖形。

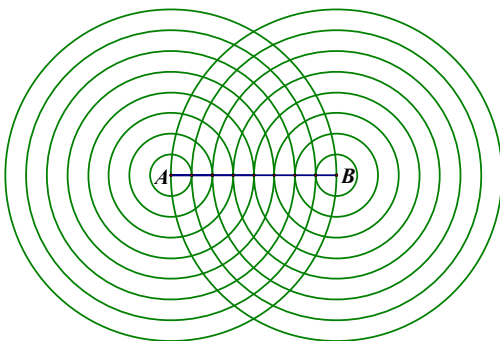
- (1) 下圖為拋物線的圖形，其中 F 點為焦點，直線 L 為對稱軸。想像此拋物線是面鏡子，現有光線從 F 點射向拋物線上一點 P ，試問經過此拋物線的反射後，光線會如何前進？請畫出光線大概的走向。



- (2) 設線段 $\overline{AB}$ 的長度為 8 公分，分別以 A 點、 B 點為圓心，半徑為 $1, 2, \dots, 8$ 公分畫圓，可得 16 個圓，已知滿足「線段 $\overline{PA}$ 的長度加上線段 $\overline{PB}$ 的長度等於 10 公分」的所有 P 點會形成橢圓，試畫出此橢圓大概的圖形。



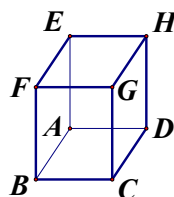
- (3) 設線段 $\overline{AB}$ 的長度為 8 公分，分別以 A 點、 B 點為圓心，半徑為 $1, 2, \dots, 8$ 公分畫圓，可得 16 個圓，已知滿足「線段 $\overline{PA}$ 的長度和線段 $\overline{PB}$ 的長度的差距等於 4 公分」的所有 P 點會形成雙曲線，試畫出此雙曲線大概的圖形。



四、計算題（每(小)題 6 分，共 42 分）

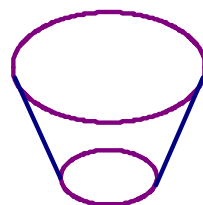
7. 已知 $ABCD-EFGH$ 為長方體，其中 $\overline{AB} = 4, \overline{AD} = 5, \overline{AE} = 6$ ，

試問：



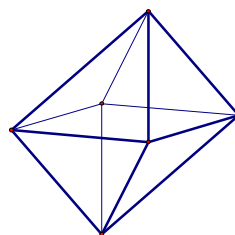
- (1) 一隻會飛的蜜蜂要從 A 點到 G 點，試問最短的飛行距離為多少？
 - (2) 一隻不會飛只會爬的螞蟻沿著長方體表面從 A 點爬到 G 點，而且一定要經過 $\overline{BF}$ ，試問最短的爬行距離為多少？
8. 已知 $E-ABCD$ 為四角錐，其中底面 $ABCD$ 是邊長為 10 的正方形，而四個側面均為邊長為 10 的正三角形，設側面 ADE 與底面 $ABCD$ 所形成二面角的大小為 θ ，試求 $\cos\theta$ 的值。
9. 有一個半徑為 36 的地球儀，考慮空間坐標系，設此地球儀的球心 O 的坐標為 $(0,0,0)$ ，赤道與 0 度經線的交點坐標為 $(36,0,0)$ ，赤道與東經 90 度經線的交點坐標為 $(0,36,0)$ ，北極點的坐標為 $(0,0,36)$ ，已知點 P 為南緯 60 度緯線與東經 120 度經線的交點，試問 P 點在此空間坐標系下的坐標為何？

10. 右圖為直圓錐臺陶器，已知它的前視圖為一等腰梯形，其中上底為 60、下底為 40、腰長為 50，試求此直圓錐臺陶器側面的表面積為多少？



11. 如右圖，已知正八面體是由 6 個頂點，12 條稜線，每個面皆為正三角形組成。設此正八面體的稜長為 10，試求：

- (1) 此正八面體的表面積為多少？
- (2) 此正八面體的體積為多少？



※錐體的體積 $= \frac{1}{3} \times \text{底面積} \times \text{高}$