

台北市成功高中 113 下高二第二次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 82 分）

一、多選題（占 27 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題 9 分。(9-6-3-0)

1. 有關直線 $L: \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 4z = 1 \end{cases}$ 的敘述，請選出正確的選項。

- (1) 點 $(1, 1, 0)$ 在直線 L 上
- (2) L 的方向向量為 $(1, -2, 1)$
- (3) 直線 L 和平面 $x - 2y - z = 1$ 平行
- (4) 直線 L 落在平面 $3x + y + z = 4$ 上
- (5) 直線 L 與直線 $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$ 垂直

2. 已知直線 L 為平面 $E: 2x - 3y + z + 1 = 0$ 上的一條直線，若點 $O(0, 0, 0)$ 對平面 E 的投影點為 H ，點 H 再對直線 L 的投影點為 Q ，已知 Q 點坐標為 $(2, 2, 1)$ 。設直線 L 的方向向量為 $(1, b, c)$ ，請選出正確的選項。

- (1) $2 - 3b + c = 0$
- (2) $2b + c = 2$
- (3) 點 $(3, 2, -1)$ 在直線 L 上
- (4) 點 $(1, 1, 0)$ 在直線 L 上
- (5) 向量 $\overrightarrow{QH}$ 平行向量 $(6, 5, 3)$

3. 已知 A 、 B 兩事件，滿足 $P(A) = \frac{2}{3}$ ， $P(B) = \frac{1}{2}$ ，請選出正確的選項。

(1) A 與 B 不可能為互斥事件

(2) 若 $P(A \cup B) = \frac{2}{3}$ ，則 $P(A | B) = \frac{3}{4}$

(3) 若 $P(B | A) = \frac{1}{3}$ ，則 $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$

(4) 若 $P(B | A) = \frac{1}{3}$ ，則 $P(A | B) = \frac{4}{9}$

(5) 若 A 與 B 為獨立事件，則 $P(A \cup B) = \frac{5}{6}$

二、填充題（占 55 分）

說明：第 4 題至第 13 題，每格 5 分。

4. 空間中，已知點 $P(4, -1, 3)$ 與直線 $L: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$ ，求：

(1) P 點對直線 L 的對稱點為【 】。

(2) 包含 P 點與直線 L 的平面方程式為【 】。

5. 求通過點 $A(1, 2, 1)$ 且與兩平面 $x + y + 2z + 3 = 0$ 、 $2x - y - 3z - 1 = 0$ 均垂直的平面方程式為【 】。

6. 空間坐標系中，有一平面鏡 E ，若一雷射光自點 $P(7, 10, 3)$ 射向鏡面 E 上的點 $O(1, 2, 3)$ 後，反射通過點 $Q(1, -1, 7)$ ，則

(1) 鏡面 E 之平面方程式為【 】。

(2) 假設光線行進路線所在的平面為 F ，求平面 F 的方程式【 】。

7. 有一個邊長為 5 公分的正方體無蓋容器，原本裡面裝滿水。今傾斜容器慢慢讓水流出，當容器內剩下原有水量的 $\frac{1}{6}$ 時，水面恰經過正方體的其中三個頂點，則此時正方體最高的頂點與水面的距離為【 】公分。

8. 空間坐標中，已知正方體的其中四個頂點在平面 $E: 2x + 2y - z = 1$ ，另外有兩個頂點在直線

$L: \frac{x-4}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{4}$ 上，則滿足這些條件的正方體中，正方體體積最大為【 】。

9. 小成、小功 兩人比賽下棋，約定先勝三局的人贏得比賽。假設小成 在每一局獲勝的機率皆為 $\frac{2}{3}$ ，且每局比賽的結果互不影響。已知前兩局皆小成 獲勝，則最後由小成 贏得比賽的機率為【 】。

10. 某次考試共有 10 題是非題，每題答對得 10 分，答錯倒扣 10 分，不做答得 0 分。已知考生小成 會的題目有 5 題，其餘 5 題決定隨意猜答；如果小成 確定會的 5 題都答對，那麼他這次考試會及格（不低於 60 分）的機率為【 】。

11. 小成 進行射擊訓練，平均每 5 發中 2 發，今他連續射擊 n 發，假設每一發擊中與否互不影響，試問：若小成 想要讓 n 發中至少擊中 1 發的機率超過 0.99，則 n 的最小值為【 】。（已知 $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ）

12. 陳 老師下週有事請假，因此拜託劉 老師幫忙照顧辦公桌上的小盆栽。已知小盆栽在有澆水的情況下，枯萎的機率是 10%；沒有澆水的情況下，枯萎的機率是 90%。根據過去的經驗，陳 老師確定劉 老師有 50% 的機率會記得幫忙澆水。如果劉 老師在陳 老師回來前發現小盆栽枯萎了，會買一盆完全相同的小盆栽偷偷放回辦公桌的機率是 80%。那麼當陳 老師回來時，發現桌上的小盆栽沒有枯萎，則這個小盆栽不是陳 老師原來那盆小盆栽的機率為【 】。

第貳部分：混合題（占 18 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

13 — 16 題組

空間中三直線 L_1 、 L_2 、 L_3 ，其方程式如下：

$$L_1: x = \frac{y-3}{-2} = \frac{z}{3}, L_2: \frac{x}{2} = \frac{y-3}{3} = z, L_3: \begin{cases} x = 1-t \\ y = 2t \\ z = -3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

13. 直線 L_1 與 L_3 的關係為何？(單選題，2 分)

- (1) 重合
- (2) 平行
- (3) 交於一點
- (4) 歪斜

14. 直線 L_1 與 L_3 的距離為何？(非選擇題，6 分)

15. 下列敘述哪些是正確的直線 L_1 與 L_3 的關係為何？(多選題，4 分，4 - 2 - 0)

- (1) L_1 與 L_2 共平面
- (2) L_1 與 L_3 共平面
- (3) L_2 與 L_3 共平面
- (4) L_1 與 L_2 恰可決定唯一平面
- (5) $\frac{x}{3} = y - 3 = \frac{z}{4}$ 為 L_1 與 L_2 其中一個交角的角平分線

16. 直線 L_2 與 L_3 的距離為何？(非選擇題，6 分)

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 14 2. 135 3. 145

4. (1) $(2, -1, 5)$; (2) $x + 4y + z = 3$

5. $x - 7y + 3z = -10$

6. (1) $3x + y + 4z = 17$; (2) $16x - 12y - 9z = -35$

7. $\frac{10\sqrt{3}}{3}$

8. $54\sqrt{2}$

9. $\frac{26}{27}$

10. $\frac{1}{2}$

11. 10

12. $\frac{4}{9}$

第貳部分：混合題

13. 2

14. $\frac{2\sqrt{195}}{15}$

15. 1245

16. $\frac{2\sqrt{195}}{15}$