

台中市台中女中 113 上高一第二次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 90 分）

一、多選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題 10 分。（每個選項 2 分）

1. 已知四直線 $L_1: 85x - 113y = 7$ ， $L_2: 3x - 4y = 2$ ， $L_3: x - 2y = 6$ ， $L_4: x + y = 3$ 。若 L_2 和 L_3 交於 A 點， L_3 和 L_4 交於 B 點， L_2 和 L_4 交於 C 點，則下列哪些選項正確？

- (1) 四直線中，以 L_1 的斜率最大
- (2) 過 C 點和 L_3 垂直的直線為 $x + 2y = 4$
- (3) $\overline{AB}$ 中垂線方程式為 $x - 2y = 6$
- (4) 和 L_3 平行且兩軸截距相等的直線有 1 條
- (5) 若直線 $y = mx + 3$ 和 $\overline{AB}$ 不相交，則 $-1 \leq m \leq \frac{11}{10}$

2. 已知圓 $C: (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 16$ ，直線 $L: 3x - 4y - 5 = 0$ ，和一點 $A(3, 4)$ ，下列哪些選項正確？

- (1) A 點在圓 C 外部
- (2) 圓 C 上的點到 A 點距離最小為 $4 - 2\sqrt{2}$
- (3) 過 A 點對圓 C 做的切線有 2 條
- (4) 直線 L 和圓 C 交於相異二點
- (5) 圓 C 上到直線 L 距離為 2 的點有 3 個

3. 已知聯立不等式 $\begin{cases} x + y \leq 4 \\ x - y \geq -4 \\ x - 3y \leq -4 \end{cases}$ 的解所成圖形為一個三角形及其內部，下列哪些選項正確？

- (1) 點 $(1, 1)$ 為此圖形上的點
- (2) 此三角形面積為 8
- (3) 若 $P(2a, 1 - a)$ 為此圖形上一點，則 $-1 \leq a \leq -\frac{1}{5}$
- (4) 若 $P(x, y)$ 為此圖形上一點，則 $\frac{y - 1}{x + 5}$ 的最大值為 $\frac{1}{7}$
- (5) 若再增加一個不等式 $2x + y \geq k$ 後，解依然不變，則 k 的最大值為 -8

二、填充題（占 60 分）

說明：第 4 題至第 14 題。												
格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
得分	6	12	18	24	30	35	40	44	48	52	56	60

4. 設圓 C 通過 $(1, -1)$, $(-1, 1)$, $(2, 3)$, 則圓 C 的圓心坐標為【 】。
5. 已知直線 $L: 3x - 4y = 5$, 若和 L 平行且距離為 5 的直線有兩條, 則此二直線中, 和原點距離最近的直線方程式為【 】。
6. 若過點 $A(1, -2)$ 的直線 L 在第四象限和兩坐標軸所圍三角形面積最小, 則直線 L 方程式為【 】。
7. (1) 試求點 $A(2, 3)$ 對直線 $L: y = -x$ 的對稱點坐標為【 】。
(2) 承 (1), 若 $B(1, 1)$ 且 $P(x, y)$ 為直線 L 上一點,
則 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 的最小值為【 】。
8. 坐標平面上, 一圓與直線 $3x - 4y = 10$ 以及直線 $6x - 8y = 15$ 所截的弦長皆為 $\frac{2}{5}$, 則此圓的面積為【 】。
9. 已知圓 C 過點 $A(-1, 2)$ 且圓心在直線 $L: x - y = 2$ 上, 若過圓外一點 $P(3, 4)$ 做圓 C 的切線, 其中切線段長為 8, 則圓 C 方程式為【 】。
10. 半徑為 1 且和兩坐標軸相切的所有圓中, 點 $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$ 在其內部的圓方程式為【 】。
11. 設聯立不等式 $\begin{cases} 1 \leq x + y \leq 2 \\ 3 \leq 2x + y \leq 4 \end{cases}$ 的解 (x, y) 形成的區域為 R , 若過原點 $O(0, 0)$ 的直線平分 R 的面積, 則此直線方程式【 】。
12. 過點 $P(11, 10)$ 做圓 $\Gamma: (x - 20)^2 + (y + 30)^2 = 41^2$ 的切線方程式為
【 】。
13. 已知直線 $L: x + y + b = 0$ 和圓 $C: x^2 + y^2 - 2ax - 4y + 3 = 0$ 相切於 $A(1, c)$, 則
 $a + b + c =$ 【 】。

第貳部分：混合題（占 10 分）

15 — 16 題組

15. 試以聯立方程組表示他們即將進入的區域。(填充題，4分)

16. 此區內(含邊界)的地雷有幾顆。(非選擇題, 6分)

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 145 2. 245 3. 235

4. $\left(\frac{11}{10}, \frac{11}{10}\right)$

5. $3x - 4y + 20 = 0$

6. $2x - y = 4$

7. (1) $(-3, -2)$; (2) 5

8. $\frac{41}{400}\pi$

9. $(x+3)^2 + (y+5)^2 = 53$

10. $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 1$

11. $y = -\frac{1}{4}x$

12. $y - 10 = \frac{9}{40}(x - 11)$

13. $1 \pm \sqrt{3}$

14. $\frac{15}{2} \leq k \leq \frac{40}{3}$

第貳部分：混合題

15. $\begin{cases} x \leq 0 \\ y \leq 0 \\ (x+3)^2 + (y+4)^2 \leq 25 \end{cases}$

16. 72 顆