

台南市台南一中 113 上高一第一次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 88 分）

一、填充題（占 76 分）

說明：第 1 題至第 12 題。													
格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
得分	8	16	24	32	38	44	50	56	62	66	70	74	76

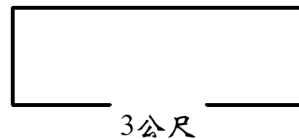
1. $x = \frac{\sqrt{3}}{6}$ ，則 $\frac{1}{1 + \sqrt{1 + 3x}} + \frac{1}{1 - \sqrt{1 - 3x}}$ 之值 = 【 】。

2. 若 $|x + 1| \leq 2$ ， $\left|y - \frac{3}{2}\right| \leq \frac{5}{2}$ ，求以區間符號表示 $(x + y)(x - y)$ 範圍：

【 】（未以區間符號表示不予計分）

3. 已知不等式 $|mx + 5| \leq 3$ 之解為 $1 \leq x \leq n$ ，則數對 $(m, n) =$ 【 】。

4. 一農夫想用 113 公尺長之竹籬圍成一長方形菜圃，並在其中一邊正中央留著寬 3 公尺的出入口，如圖所示。則此農夫所能圍成的最大面積為【 】平方公尺。



5. 解方程式 $|x - 1| - |x - 3| + |x - 5| = 6$ 的 $x =$ 【 】。

6. 設 $\sqrt[3]{16} = \sqrt{2^{3y-5}}$ 且 $3^{5x+6y} = 81^{xy}$ ，則數對 $(x, y) =$ 【 】。

7. 設 $405^p = 3$ ， $45^q = \sqrt{27}$ ，則 $4pq + 3p - 2q + 1 =$ 【 】。

8. 解方程式： $4(100^x + 100^{-x}) - 10(10^x + 10^{-x}) + 8 = 0$ 的 $x =$ 【 】。

9. 設 $a = \log\left(1 - \frac{1}{8}\right)$ ， $b = \log\left(1 - \frac{1}{50}\right)$ ，試以 a, b 表示 $\log 2 =$ 【 】。

10. $a = 3^{50}$ 經計算機計算後，所得近似值之科學記號為 $7.178979876919 \times 10^{23}$ ，

(1) 當 $a = \text{【】} \times 10^{23}$ ，稱 a 有「五位有效數字」

(2) 試利用上述條件，估算 3^{100} 為【】位數。

11. 「放射性物質的半衰期 T 定義：每經過時間 T ，該物質的質量會衰退成原來的一半。設一個鉛製容器中有兩種放射性物質 A 、 B ，開始記錄時容器中物質 A 的質量是物質 B 質量一半，而經過 120 小時後， A 、 B 的質量相同。已知物質 A 的半衰期為 8 小時，則物質 B 的半衰期 = 【】小時。

12. 天上的星星有的較亮，有的較暗，天文學以「星等」區分之，即：選擇某一特定的星光強度 F_0 為標準，對於發出星光強度為 F 的星體，定義其「星等」為 $m = -2.5 \log \frac{F}{F_0}$ ，並稱該星體為「 m 等星」。

已知天狼星為 -1.4 等星，而另一顆星星 T 的星光強度為天狼星的 $\frac{1}{100}$ ，則星星 T 的星等 = 【】。

二、多選題（占 12 分）

說明：第 13 題至第 14 題，每題 6 分。(6-4-2-0)

13. 下列選項哪些正確？

(1) $\log 6 - \log 2 = \log 3$

(2) $\frac{\log 12}{\log 2} = \log 6$

(3) $(\log 2)^3 = 3 \times \log 2$

(4) $10^{\log 2} \times 10^{\log 3} = 10^{\log 6}$

(5) $\log(-2)^4 = 4 \times \log(-2)$

14. a 、 b 均為有理數， x 、 y 均為無理數，下列選項哪些正確？

(1) $x + ay$ 必為無理數

(2) $a + b \times 0.\overline{343}$ 必為有理數

(3) $x + y$ 、 $x - y$ 必至少有一個無理數

(4) 若 $a + bx = 0$ ，則必 $a = 0 = b$

(5) 若 $a < b$ ，則 $a < \frac{3a+2b}{5} < \frac{4a+3b}{7} < b$

第貳部分：混合題（占 12 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

() 令 $y = (2 + \sqrt{3})^n + (2 - \sqrt{3})^n$ ，試問下列敘述何者正確？(多選)

(A) $n = 2$ 時， $y = 14$

(B) $n = 4$ 時， $y = 254$

(C) $n = 6$ 時， $y = 2702$

(D) $n = 6$ 時， $(2 + \sqrt{3})^n$ 的整數部分為 2701

小固 對於上面這個題目感到困擾，請教老師後，得到下面的思考步驟，請你一起解答～

(1) 令 $a = (2 + \sqrt{3})$ ，則 $\frac{1}{a} = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。(請將分母有理化) (1 分)

(2) 承 (1)， $y = a^n + \left(\frac{1}{a}\right)^n$

(3) $n = 2$ 時， $y = a^2 + \left(\frac{1}{a}\right)^2 = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。(2 分)

(4) 承 (3)，知 $n = 4$ 時， $y = a^4 + \left(\frac{1}{a}\right)^4 = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。(提示：乘法公式) (2 分)

(5) 承 (3)，知 $n = 6$ 時， $y = a^6 + \left(\frac{1}{a}\right)^6 = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。(提示：乘法公式) (2 分)

(6) 承 (1)， $0 < \frac{1}{a} < 1$ ，所以 $m < \left(\frac{1}{a}\right)^6 < m + 1$ ，求整數 $m = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。(1 分)

(7) 承 (5)(6)， $y = a^6 + \left(\frac{1}{a}\right)^6$ ，所以 $n < (a)^6 < n + 1$ ，求整數 $n = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。(2 分)

(8) 由以上討論，本題答案為：【 $\quad \quad \quad$ 】。(多選)(多、漏一選項扣 1 分) (2 分)

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 2

2. $[-16, 9]$

3. $(-2, 4)$

4. 841

5. $-3, 9$

6. $(2, 5)$

7. 1

8. $\log 2$ 或 $\log \frac{1}{2}$

9. $\frac{b - 2a + 2}{7}$

10. (1) 7.1790 ; (2) 48

11. 7.5

12. 3.6

13. 14

14. 2345

第貳部分：混合題

(1) $2 - \sqrt{3}$

(3) 14

(4) 194

(5) 2702

(6) 0

(7) 2701

(8) ACD