

※答案卡上未正確劃記年級、班級、座號，一律扣 5 分！！

※本試卷可使用計算機

※分數超過 100 分以 100 分計

一、單選題：(占 15 分)

說明：第 1 題至第 3 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. $\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{20241000}+\sqrt{20241001}}$ 的值為下列哪一個選項？

- (1) 4496 (2) 4497 (3) 4498 (4) 4499 (5) 4500

2. $10^{\log 3} + 100^{\log 3} + 0.1^{\log 3}$ 的值為下列哪一個選項？

- (1) 6 (2) $\frac{19}{3}$ (3) 9 (4) $\frac{28}{3}$ (5) $\frac{37}{3}$

3. 根據蒲福風級公式，風速與風級的關係式為 $V = 0.8 \times B^{\frac{3}{2}}$ ，其中 V 為風速(公尺/秒)， B 為風級。某日甲地測得 7.3 風級之陣風，同一時間乙地測得風速為甲地風速 $\sqrt{2}$ 倍的強風，設乙地強風的風級為 B_Z ，試選出正確的選項。

- (1) $7.5 \leq B_Z < 8$ (2) $8 \leq B_Z < 8.5$ (3) $8.5 \leq B_Z < 9$ (4) $9 \leq B_Z < 9.5$ (5) $9.5 \leq B_Z < 10$

二、多選題：(占 40 分)

說明：第 4 題至第 8 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 5 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

4. 設 a 為實數，且 $a + a^{-1} = 4$ ，試選出正確的選項。

- (1) $a - a^{-1} = 2\sqrt{3}$
(2) $a^2 + a^{-2} = 14$
(3) $a^3 + a^{-3} = 52$
(4) $a^4 + a^{-4} = 194$
(5) $a^5 + a^{-5} = 732$

5. 下列選項中，哪些是正確的？

(1) $0.\overline{29} < 0.3$

(2) $0.\overline{5} + 0.\overline{7} = 1.\overline{3}$

(3) $\frac{5^{79} + 1}{5^{60} + 1} < \frac{5^{80} + 1}{5^{61} + 1}$

(4) 若 a 、 b 為實數且 $a < b$ ，則 $\frac{2a+b}{5} < \frac{a+2b}{6}$

(5) 將 $\frac{2}{7}$ 化為小數時，小數點後第 100 位數字為 1

6. 下列哪些方程式或不等式的解在數線上的圖形總長度為 6？

(1) $|x+3| \leq 3$

(2) $3 \leq |x| \leq 6$

(3) $|x+2| + |x+8| = 6$

(4) $|2x-1| + |2x-13| = 12$

(5) $|2x-3| + |x+1| \leq 7$

7. 下列選項中，哪些是正確的？

(1) 若 $a+b$ 是有理數且 ab 也是有理數，則 a 是有理數且 b 也是有理數

(2) 已知 a 、 b 為阿拉伯數字，且 $\frac{2a7b6}{360}$ 可化為有限小數，則 $a+b=3$

(3) 若 a^3 是有理數且 a^5 也是有理數，則 a 必為有理數

(4) 113^{2024} 為 4155 位數

(5) $3^{33} + 1$ 可以分解成 3 個整數之積且每個整數都大於 3^{10}

8. 如圖，矩形 $FBED$ 為直角 $\triangle ABC$ 的內接矩形， $\overline{AF} = 7$ 、 $\overline{EC} = 5$ ，試選出正確的選項？

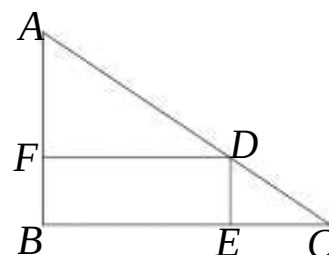
(1) 矩形 $FBED$ 的面積是定值

(2) 矩形 $FBED$ 的周長是定值

(3) $\triangle ABC$ 面積的最小值是 70

(4) $\triangle ABC$ 的面積有最小值時， $\overline{DE} = 7$

(5) $\triangle ABC$ 的面積有最小值時， $\overline{DF} = 5$



三、選填題：(占 36 分)

說明：1. A 至 F 題，請化為最簡後依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。 2. 每題完全答對給 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 數線上有 $A(-3)$ 、 $B(2)$ 、 $P(x)$ 三點，若點 P 滿足 $\overline{PA}:\overline{PB}=2:3$ ，且 P 不在 $\overline{AB}$ 上，則 $x =$

【(9)(10)(11)】。

B. 設 x 、 y 為實數，且 $-2 \leq x \leq 1$ 、 $-1 \leq y \leq 2$ ，若 $xy - 3x + y + 6$ 的最大值為 M ，最小值為 m ，則數對 $(M, m) =$ 【((12)(13), (14))】。

C. 設 a 為有理數，若方程式 $2x^2 + (1 + \sqrt{3})x + (a + 2\sqrt{3}) = 0$ 有一個有理根，則 $a =$ 【(15)(16)】。

D. 某放射性物質的重量現為 500 克，已知 5 年後剩下 62.5 克，設該放射性物質衰變為一半所需的時間(半衰期)為 m 年，且從現在起至少經過 n 年後(n 為正整數)該放射性物質的重量會小於 2 克，則 $(m, n) =$ 【($\frac{17}{18}$, (19)(20))】。

E. $\log a = 3.6248$ 、 $\log b = -2.1539$ ，設 n 為正整數，且 $(\frac{a^2}{b})^n$ 的整數部分至少是 100 位數，則 n 的最小值為 【(21)(22)】。

F. 若方程式 $\sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+15-8\sqrt{x-1}} = 1$ 的解為 $a \leq x \leq b$ ，則數對 $(a, b) =$

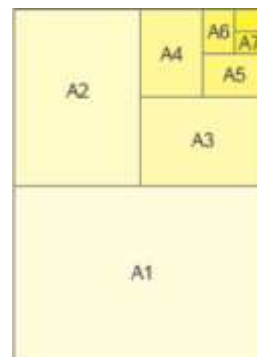
【((23)(24), (25)(26))】。

四、混合題：(占 9 分)

說明：1. 第 1 題為單選題，有 4 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，將答案依標示的列號畫記在答案卡上，答對者得 4 分。2. 第 2 題為選填題，答案依該題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記，完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

將 A3 紙張的長邊對折裁成兩半後就是 A4 紙張，用相同方法把 A4 再裁成一半就是 A5，以此類推，如右圖所示。在折半的過程中，若數值出現小數，則直接捨去小數位取其整數位(不四捨五入)。國際標準化組織 ISO 制定了紙張的規格，標準如下：

紙張大小	ISO 216 長寬(尺寸單位：毫米)
A2	594×420
A3	420×297
A4	297×210
A5	210×148



一張 A0 的紙張

試回答下列問題：

1. A6 紙張長與寬的比值最接近下列哪一個選項？②⑦

(1) $(\frac{2}{3})^{-1}$ (2) $\sqrt{2}$ (3) $3^{0.33}$ (4) $\log 27$

2. 為了節省材料的實際需求，紙張長與寬的比值要使得對半裁切後維持相同。另外 ISO216 規定紙廠待裁的最大紙張 A0 的尺寸是面積為一平方公尺，則 A0 紙張的長為

【②⑧ ②⑨ ③① ③②】毫米(四捨五入取至整數位)。

五、加分題：(占 5 分)

說明：1. 請化為最簡後依格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。2. 完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

設 $\sqrt[3]{\sqrt{2}-1} = \sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c}$ ，其中 a 、 b 、 c 為有理數，且 $a > b > c$ ，則 $a+b-c = \left[\frac{\textcircled{32}}{\textcircled{33}} \right]$ 。

一、1.(3) 2.(5) 3.(4)

二、4.(2)(3)(4) 5.(2)(3) 6.(1)(2)(3)(4) 7.(3)(5) 8.(1)(3)(4)(5)

三、A. -13 B. (13,1) C. -6 D. $(\frac{5}{3}, 14)$ E. 11 F. (10,17)

四、1.(2) 2.1189

五、 $\frac{5}{9}$

加分題詳解：

$$\text{設 } x = \sqrt[3]{2}, (x+1)^3 = 2 + 3x^2 + 3x + 1 = 3(x^2 + x + 1) \Rightarrow 1 = \frac{3(x^2 + x + 1)}{(x+1)^3}$$

$$\Rightarrow x-1 = \frac{(x-1)3(x^2 + x + 1)}{(x+1)^3} = \frac{3(x^3 - 1)}{(x+1)^3} = \frac{3}{(x+1)^3}$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{x-1} = \frac{\sqrt[3]{3}}{(x+1)} = \frac{\sqrt[3]{3}(x^2 - x + 1)}{(x+1)(x^2 - x + 1)} = \frac{\sqrt[3]{3}(x^2 - x + 1)}{x^3 + 1}$$

$$\text{又 } x = \sqrt[3]{2} \text{ 代入 } \Rightarrow \sqrt[3]{\sqrt[3]{2}-1} = \frac{\sqrt[3]{3}(\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}+1)}{3} = \sqrt[3]{\frac{4}{9}} - \sqrt[3]{\frac{2}{9}} + \sqrt[3]{\frac{1}{9}}, \therefore a = \frac{4}{9}, b = \frac{2}{9}, c = \frac{1}{9}$$

$$a+b-c = \frac{5}{9}$$