

台北市師大附中 113 上高一第一次期中考

一、單選題（占 16 分）

說明：第 1 題至第 4 題，每題 4 分。

1. 設 a, b 為正實數，已知 $\log a = 1.2$ ， $\log b = -1.8$ ，則 a 為 b 的幾倍？

- (1) 3 倍
- (2) 30 倍
- (3) 100 倍
- (4) 1000 倍
- (5) 10000 倍

2. 下列哪一個數值最大？

- (1) $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{5}}{2}$
- (2) $\frac{2\sqrt{2} + \sqrt{5}}{3}$
- (3) $\frac{\sqrt{2} + 2\sqrt{5}}{3}$
- (4) $\frac{3\sqrt{2} + \sqrt{5}}{4}$
- (5) $\frac{\sqrt{2} + 3\sqrt{5}}{4}$

3. 設 x 為實數，則 $|x - 1| + |x - 2| + \cdots + |x - 16|$ 的最小值為何？

- (1) 56
- (2) 59
- (3) 64
- (4) 70
- (5) 136

4. 放射性物質的半衰期 T 定義為：每經過時間 T ，該物質的質量會衰退成原來的一半，鉛製容器中有兩種放射性物質 A 、 B ，開始紀錄時容器中物質 A 的質量為物質 B 的 256 倍，而 120 小時後兩種物質的質量相同。已知物質 A 的半衰期為 7.5 小時，請問物質 B 的半衰期為幾小時？

- (1) 15 小時
- (2) 12 小時
- (3) 10 小時
- (4) 8 小時
- (5) 6 小時

二、多選題（占 30 分）

說明：第 5 題至第 9 題，每題 6 分。(6-4-2-0)

5. 設 $a > 0$ ，且 $a + a^{-1} = 6$ ，則下列哪些選項是正確的？

- (1) $a > 1$
- (2) $a - a^{-1} = 4\sqrt{2}$
- (3) $a^2 + a^{-2} = 34$
- (4) $a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = 2\sqrt{2}$
- (5) $a^3 + a^{-3} = 196$

6. 下列哪些是無理數？

- (1) $\sqrt{3}$
- (2) $\sqrt{1681}$
- (3) 0.10100100010001...
- (4) $\sqrt{254\frac{1}{256}}$
- (5) π (圓周率)

7. 已知 $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ，以下哪些選項是正確的？

- (1) 2^{70} 是 22 位數
- (2) 3^{50} 是 23 位數
- (3) 6^{100} 是 77 位數
- (4) 3^{-50} 小數點後第 24 位數開始不為 0
- (5) 2^{-100} 小數點後第 30 位數開始不為 0

8. 下列哪些選項是正確的？

- (1) 若 a^6 是有理數，且 a^{15} 是有理數，則 a 是有理數
- (2) 若 a^8 是有理數，且 a^{13} 是有理數，則 a 是有理數
- (3) 若 a, b 均為實數， $a - b$ 為有理數，且 ab 為無理數，則 $a + b$ 必為無理數
- (4) $9.\bar{9} = 10$
- (5) a, b 均為實數，若 $a + b\sqrt{2} = 0$ ，則 $a = b = 0$

9. 下列哪些選項的值為正數？

- (1) $\log 100 + \log 1 + \log 0.001$
- (2) $\log 10\sqrt{10} + \log \frac{\sqrt[3]{100}}{100}$
- (3) $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{2} - 2$
- (4) $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2} - \sqrt{\frac{5}{2}}$
- (5) $\sqrt{49 \times 51} - \frac{2}{\frac{1}{49} + \frac{1}{51}}$

三、填充題（占 40 分）

說明：第 10 題至第 17 題，每格 5 分。

10. 若 $p = \sqrt{10} - 3$ ， $q = 3 - 2\sqrt{2}$ ， $r = 2\sqrt{2} - \sqrt{7}$ ，則 p, q, r 三數之大小順序為【 】。

11. 因式分解 $4a^2b^2 - (a^2 + b^2 - c^2)^2 =$ 【 】。

12. 化簡雙重根號 $\sqrt{3+\sqrt{5}}$ ，可得【 】。

13. 已知 $a > 0$ 且 $a^{2x} = 5 + 2\sqrt{6}$ ，則 $\frac{a^{3x} + a^{-3x}}{a^x - a^{-x}}$ 之值為【 】。

14. 設 a, b 為實數，若 $|ax + 9| \geq b$ 的解為 $x \geq 8$ 或 $x \leq -2$ ，
求數對 $(a, b) =$ 【 】。

15. 設 $\log(\log a) = 5$ ，則 a 為【 】位數。

16. 天文學家以織女星的亮度 I_0 為標準，從地球上觀察的星體亮度為 I ，將其星等 m 定義為 $m = -\frac{5}{2} \log \frac{I}{I_0}$ ，織女星定義為 0 等星。已知從地球上觀察 A 星體為 5 等星，依此數據可推論 A 星體亮度是織女星亮度的【 】倍。

17. 化簡 $\sqrt{1 + \frac{1}{113^2} + \frac{1}{114^2}}$ 可得【 】。

四、計算題（占 14 分）

說明：第 18 題至第 19 題。

18. 設 $a + b = 3$ ， $ab = 1$ ，試求下列各式的值：

(1) $a^2 + b^2$ (2 分)

(2) $a^3 + b^3$ (3 分)

(3) $a^5 + b^5$ (3 分)

19. 設 a, b 皆為正數，證明：

(1) $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ (3 分)

(2) $\sqrt{ab} \geq \frac{2ab}{a+b}$ (3 分)

参考答案

1. 4

2. 5

3. 3

4. 1

5. 134

6. 135

7. 14

8. 234

9. 25

10. $r > q > p$

11. $(a+b+c)(a+b-c)(c+a-b)(c-a+b)$

12. $\frac{\sqrt{10} + \sqrt{2}}{2}$

13. $\frac{9\sqrt{6}}{2}$

14. $(-3, 15)$

15. 100001

16. 0.01

17. $\frac{12883}{12882}$

18. (1) 7 ; (2) 18 ; (3) 123

19. 略