

台中市台中女中 113 上高二期末考 2A

一、填充題（占 100 分）

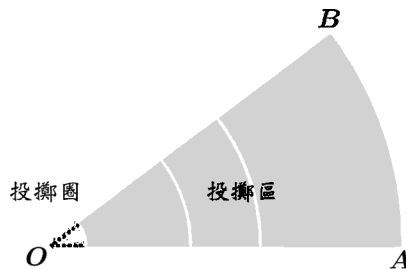
說明：第 1 題至第 20 題，每題 5 分。

1. 已知 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 是兩個不平行的非零向量，且實數 x 、 y 滿足

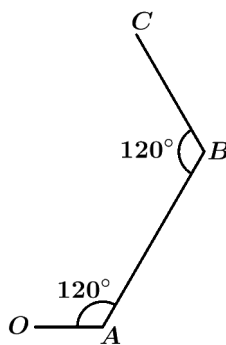
$$x(3\vec{a} - 2\vec{b}) + y(2\vec{a} + \vec{b}) = 12\vec{a} - \vec{b}$$

，則數對 $(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 如圖所示，鉛球比賽場地中，如果不計標線的寬度，建立一直角坐標系，使 O 為原點， A 、 B 兩點的坐標分別為 $(10, 0)$ ， $(8, 6)$ ，則圓弧 AB 的中點坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



3. 一公路依地形迂迴而建，如圖所示。從 O 地到 A 地、 A 地到 B 地、 B 地到 C 地的距離分別是 4、12、8 公里，而 $\overline{OA}$ 與 $\overline{AB}$ ， $\overline{AB}$ 與 $\overline{BC}$ 間，兩公路的夾角均 120° ，則 C 地到 O 地的直線距離為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 公里。

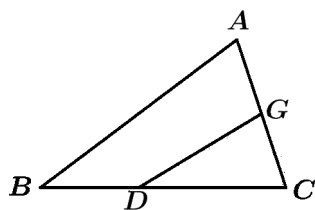


4. 設 $\vec{a} = (1, -3)$ ， $\vec{b} = (-2, 1)$ ， $\vec{c} = \vec{a} + t\vec{b}$ ，

則 $|\vec{c}|$ 的最小值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

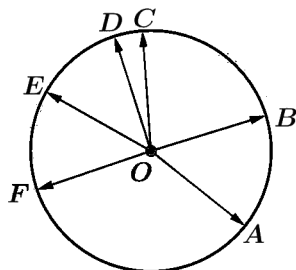
5. 如圖， D 在 $\triangle ABC$ 之 $\overline{BC}$ 邊上， $2\overline{CD} = 3\overline{BD}$ ， G 為 $\overline{AC}$ 之中點，

若 $\overrightarrow{GD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ($x, y \in \mathbb{R}$)，則數對 $(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



6. 如圖所示，已知 A, B, C, D, E, F 為單位圓上六點， O 為圓心。試問 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD}, \overrightarrow{OE}, \overrightarrow{OF}$ 中，哪兩個向量的內積最大？答： $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

(請寫出兩個向量，例如： $\overrightarrow{OA}$ 和 $\overrightarrow{OB}$)



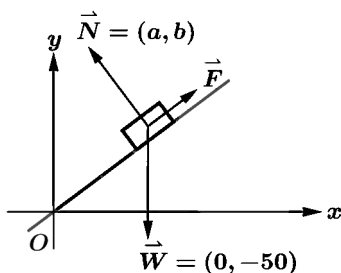
7. 正 $\triangle ABO$ 邊長為 1， P, Q, R 在 $\overline{AB}$ 上且四等分，依序為 $A - P - Q - R - B$ ，

試求 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OR} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

8. 已知 $|\vec{b}| = 2|\vec{a}|$ ，若 $(\vec{a} + 2\vec{b}) \perp (7\vec{a} + \vec{b})$ ，

試求 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 之夾角為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

9. 坐標平面上一放置於斜面之物體受重力 $\vec{W}$ ，正向力 $\vec{N}$ 與拉力 $\vec{F}$ 三力作用且恰達靜力平衡 (即 $\vec{W} + \vec{N} + \vec{F} = \vec{0}$)。已知重力 $\vec{W} = (0, -50)$ ，正向力 $\vec{N} = (a, b)$ 且拉力 $\vec{F}$ 平行斜面所在方程式 $3x - 4y = 0$ ，則垂直斜面之正向力 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



10. 平行四邊形 $ABCD$ 中，已知 $|\vec{AB}| = 4$ ， $|\vec{AD}| = 5$ ，且平行四邊形 $ABCD$ 的面積為 $\sqrt{111}$ ，試求 $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$ 之值為【 】。

11. $\triangle ABC$ 中， $|\vec{AB}| = 2$ ， $|\vec{AC}| = 3$ ，且 $\angle BAC = 60^\circ$ ，

試求滿足 $\vec{AP} = x\vec{AB} + y\vec{AC}$ ，且 $-\frac{1}{4} \leq x \leq \frac{7}{4}$ ， $12 \leq y \leq 15$

之 P 點所圍成區域的面積為【 】平方單位。

12. 設實數 x, y 滿足 $(x+2)^2 + 4y^2 = 4$ ，試求 $3x + 8y$ 之最大值為【 】。

13. 已知 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 2$ ， $\begin{vmatrix} e & b \\ f & d \end{vmatrix} = 3$ ，則 $\begin{vmatrix} 3a - 2e + b & 2b \\ 3c - 2f + d & 2d \end{vmatrix}$ 之值為【 】。

14. 設聯立方程式 $\begin{cases} (a+5)x - y = -8a - 24 \\ 6x + (a-2)y = 7a - 17 \end{cases}$ ，若此聯立方程式無解，
則 $a =$ 【 】。

15. 設聯立方程式 $\begin{cases} \left((2\sqrt{19}+1)x + (\sqrt{19}+2)y - 3 = 0 \right. \\ \left. (2\sqrt{23}+3)x + (\sqrt{23}+1)y + 1 = 0 \right. \end{cases}$ ，

則此聯立方程式之解 $(x, y) = [\quad \quad \quad]$ 。

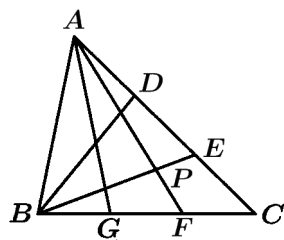
16. 已知坐標平面上有一個等腰直角三角形 $\triangle ABC$ ， $\angle A = 90^\circ$ ， A 在 x 軸正向上且 B 在 y 軸正向上，
若 C 點坐標為 $(11, 2)$ ，則 $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = [\quad \quad \quad]$ 。

17. 設實數 x, y, a, b 滿足 $x^2 + y^2 = 9$ ， $(a-4)^2 + (b+3)^2 = 4$ ，

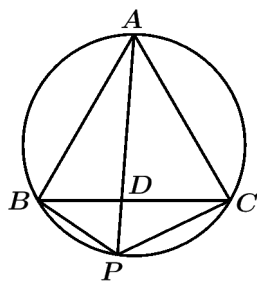
則 $\begin{vmatrix} x & y \\ a & b \end{vmatrix}$ 之最大值為 []。

18. 三角形 $\triangle ABC$ 中， $A(0, 0)$ ， $B(4, 3)$ ， $C(10, 0)$ 。若 $\vec{AP} = t\vec{AB} + (1-t)\vec{AC}$ 且 $t|\vec{AB}| = (1-t)|\vec{AC}|$ ，
則 $|t\vec{AB} + (1-t)\vec{AC}| =$ 【 】。

19. 如圖，已知 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{AC} = 7$ 且 D 、 E 為 $\overline{BC}$ 上的三等分， G 、 F 為 $\overline{AC}$ 上的三等分。其中 $\overline{AF}$ 與 $\overline{BE}$ 相交於 P 點，試求四邊形 $PECF$ 之面積為【 】。



20. 如圖， $\triangle ABC$ 為圓內接正三角形，在劣弧 BC 上有一點 P ，若弦 $\overline{AP}$ 與 $\overline{BC}$ 交於點 D ，且 $\overline{BP} = 21$ ， $\overline{PC} = 28$ ，且 $\overrightarrow{PA} = x\overrightarrow{PB} + y\overrightarrow{PC}$ ($x, y \in \mathbb{R}$)，則數對 $(x, y) =$ 【 】。



參考答案

1. $(2, 3)$

2. $(3\sqrt{10}, \sqrt{10})$

3. $4\sqrt{21}$

4. $\sqrt{5}$

5. $\left(\frac{3}{5}, -\frac{1}{10}\right)$

6. $\overrightarrow{OC}$ 和 $\overrightarrow{OD}$

7. $\frac{11}{16}$

8. 120°

9. $(-24, 32)$

10. ± 17

11. $18\sqrt{3}$

12. 4

13. 0

14. 1, -4

15. $(-1, 2)$

16. -85

17. 21

18. $2\sqrt{10}$

19. $\sqrt{6}$

20. $\left(\frac{7}{3}, \frac{7}{4}\right)$