

113 學年度第一學期第二次定期考高二數 B 試題

命題範圍：2-2 對數、2-3 對數函數與圖形、2-4 指數與對數函數的應用。

※ 參考數值： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$

一、填充題（每(小)題 4 分，共 60 分）

1. 已知 $\log x = 2 + \log 1.357$ ，試求正實數 x 的值。
2. (1) 已知 $a = \log 2, b = \log 3$ ，試用 a, b 表示 $\log_5 12$ 。
(2) 已知 $c = \log_2 3, d = \log_3 7$ ，試用 c, d 表示 $\log_{18} 63$ 。
3. (1) 若對數 $\log_{(x+2)}(3x^2 + 7x - 6)$ 有意義，試求實數 x 的最大可能範圍。
(2) 設 a 為實數，若對於任何實數 x 而言，對數 $\log_{(3-a)}(x^2 + 2x + a)$ 恆有意義，試求實數 a 的最大可能範圍。
4. 試化簡下列各式的值：
 - (1) $\log_3 \frac{5}{4} + 2\log_3 2 - \log_3 45$
 - (2) $\log_2 3 \times \log_3 4 \times \log_4 5 \times \log_5 6 \times \log_6 7 \times \log_7 8$

5. 試解下列方程式或不等式：

(1) $\log_{10}(x+1) + \log_{10}(x-2) = 1$

(2) $\log_3(x+4) = \log_9(x+6)$

(3) $2 + \log_2(x+6) < \log_2(x^2 - 2x + 8)$

(4) $\log_2(\log_{0.2} x) \geq 1$

6. (1) 已知芮氏地震規模 m 和地震釋放出的能量 r 焦耳的關係是

$\log r = 4.8 + 1.5m$ ，試問芮氏規模 8 的地震所釋放出的能量是芮氏規模 6 的地震所釋放出的能量的多少倍？

(2) 設 n 為正整數，若年利率為 12.5%，依複利計算，試問至少要 n 年才可以使得本利和超過本金的 3 倍？

7. 用代號甲、乙、丙、丁、戊、己、庚、辛分別表示各函數，詳如下表，試回答下列各小題。

代號	甲	乙	丙	丁
函數	$y = 2^x$	$y = 3^x$	$y = (\frac{1}{2})^x$	$y = (\frac{1}{3})^x$
代號	戊	己	庚	辛
函數	$y = \log_2 x$	$y = \log_3 x$	$y = \log_{\frac{1}{2}} x$	$y = \log_{\frac{1}{3}} x$

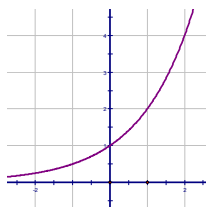
(1) 哪些函數是嚴格遞增函數，試以代號表示。

(2) 哪些函數的圖形是凹口向上，試以代號表示。

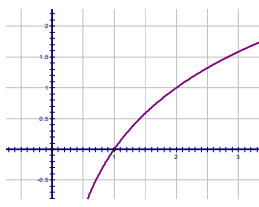
二、配合題（每題 4 分，共 4 分）

8. 連連看：試用線段將下列各函數及其圖形連接起來。

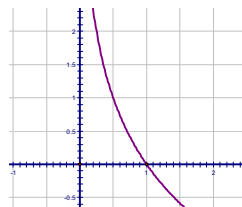
$$y = \log_2 x$$



$$y = 2^x$$



$$y = \log_{\frac{1}{2}} x$$



三、計算題（每題 6 分，共 36 分）

9. 設 a, b, c 皆為正整數且滿足 $a \log_{60} 2 + b \log_{60} 3 + c \log_{60} 5 = 7$ ，試求 a, b, c 的值。

10. 設 $a = \log_{12} 3$ ，試以 a 表示 $\log_2 3$ 。

11. 試求方程式 $x^{1+\log_2 x} = 4x^2$ 的根。

12. 設 x, y 皆為正實數且滿足 $\log_2 x + \log_2 y = 3$ ，試求 $4x + 5y$ 的最小值。

13. 試求方程式 $|\log_2 x| + x = 3$ 有幾個實根？

14. 試求滿足不等式 $(\frac{5}{2})^n > 2000$ 的最小正整數 n 。