

正確劃記班級、座號、科目代碼，若未劃記或劃記錯誤，扣 5 分。注意：總分超過 100 分，以 100 分計。

一、單選題（12 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是最適當的答案，畫記在答案卡之「解答欄」。各題答對得 6 分；未作答、答錯或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 若點  $P$  在直線  $x+3y=0$  上，且  $P$  點到原點  $O$  的距離與  $P$  點到直線  $x+3y-2=0$  的距離相等，則  $P$  點的坐標為下列哪一個選項？

(1)  $(-\frac{6}{5}, \frac{2}{5})$       (2)  $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{6})$       (3)  $(\frac{3}{4}, -\frac{1}{4})$  或  $(-\frac{3}{4}, \frac{1}{4})$       (4)  $(-\frac{3}{5}, \frac{1}{5})$  或  $(\frac{3}{5}, -\frac{1}{5})$       (5)  $(\frac{6}{5}, -\frac{2}{5})$

2. 若圓  $C: x^2 + y^2 = 2 - m$  上恰有 2 個點與直線  $L: 3x + 4y = 10$  的距離為 2，則滿足條件的整數  $m$  有幾個？

(1)13      (2)14      (3)15      (4)16      (5)17

二、多選題（32 分）

說明：第 3 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中至少有 1 個是正確的選項，選出正確選項，畫記在答案卡之「解答欄」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 6 分；答錯 2 個選項者，得 4 分；答錯 3 個選項者，得 2 分；所有選項均未作答或答錯多於 3 個選項者，該題以零分計算。

3. 已知兩點  $A(2,2)$ 、 $B(-2,5)$ ，點  $P$  在  $y$  軸上，若  $\angle APB = 90^\circ$ ，則  $P$  點坐標為下列哪些選項？

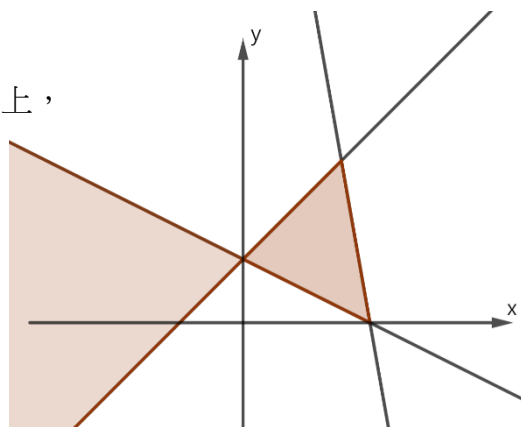
(1)  $(0, -1)$       (2)  $(0, 1)$       (3)  $(0, -6)$       (4)  $(0, 6)$       (5)  $(0, 7)$

4. 已知右圖是聯立不等式  $\begin{cases} (x-y+1)(x+2y-2) \geq 0 \\ ax+by+c \geq 0 \end{cases}$  的圖解，

其中第一象限深色三角形區域的兩頂點分別在  $x$  軸、 $y$  軸上，

則下列哪些選項是正確的？

- (1)  $a > 0$   
 (2)  $b > 0$   
 (3)  $\frac{a}{b} > \frac{1}{2}$   
 (4)  $\frac{a}{c} > -\frac{1}{2}$   
 (5)  $a+b+c > 0$



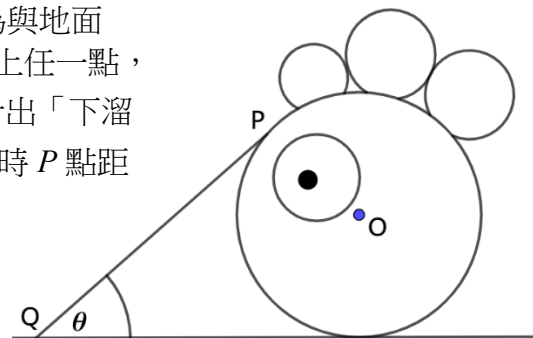
5. 已知一條直線  $L$  在兩坐標軸上的截距之差的絕對值等於 3，且與兩坐標軸圍成的三角形面積等於 2，則直線  $L$  的方程式為下列哪些選項？
- (1)  $x+2y-6=0$
  - (2)  $4x+y+4=0$
  - (3)  $4x+y-4=0$
  - (4)  $x+4y+4=0$
  - (5)  $x+4y-4=0$
6. 設  $A(0,3)$ ， $B(4,0)$ ， $C(-4,0)$ ，若動點  $P(x,y)$  滿足  $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2 = 65$ ，試選出正確的選項。
- (1)  $P$  點軌跡為一圓
  - (2) 動點  $P$  點到直線  $L: 3x-4y-13=0$  的最短距離為  $\frac{3}{5}$
  - (3)  $\Delta PAB$  之最大面積為  $\frac{23}{2}$
  - (4)  $P$  點軌跡與圓  $C: x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$  交於相異兩點
  - (5) 已知一點  $D(0,-4)$ ，則直線  $\overline{PD}$  斜率的最小值為  $-\frac{4}{3}$

### 三、選填題（56 分）

說明：第 A 題至第 H 題，將答案畫記在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (⑦ ~ ⑳)。每格完全答對得 7 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 已知  $P(k,6)$  為圓  $C: (x-1)^2 + (y-2)^2 = r^2$  外的一點，其中  $r$  為半徑， $k$  為正實數。若  $P$  到圓  $C$  上之點的最短距離為 2， $P$  到圓  $C$  的切線段長為 4，求數對  $(k,r) = \underline{(\textcircled{7}, \textcircled{8})}$ 。
- B. 已知  $\Delta ABC$  的三邊所在的直線方程式分別為  $\overline{AB}: 3x+4y+12=0$ ， $\overline{BC}: 4x-3y+16=0$ ， $\overline{CA}: 2x+y-2=0$ 。求  $\overline{AC}$  邊上的高所在直線的方程式為  $\underline{x - \textcircled{9}y + \textcircled{10} = 0}$ 。

- C. 若  $(x, y)$  為直線  $2x - y + 1 = 0$  上一點，則  $\sqrt{(x+3)^2 + y^2} + \sqrt{(x+4)^2 + (y+2)^2}$  的最小值為 ⑪。
- D. 已知三角形的三個頂點  $A(1, 1)$ 、 $B(5, 3)$ 、 $C(4, 5)$ ，若直線  $L$  平分  $\triangle ABC$  的面積，且直線  $L$  平行  $\overline{AB}$ ，求直線  $L$  的方程式為  $2x - 4y + 12 = ⑫\sqrt{⑬}$ 。
- E. 過原點  $O$  之直線  $L$  與  $y = |x - 4|$  的圖形交於  $A$ 、 $B$  兩點， $B$  在  $A$  的右側，若  $\overline{OA} = 2\overline{AB}$ ，求直線  $L$  之斜率為  $\frac{⑭}{⑮}$ 。
- F. 過  $(8, 7)$  及  $(9, 0)$  且與  $y$  軸相切的圓有兩個，則此兩圓的半徑和為 ⑯⑰⑱。
- G. 設  $C: (x-2)^2 + (y+1)^2 = 16$ ，在圓  $C$  及其內部的一動點  $P(x, y)$ ，則  $|x| + |y|$  的最大值為 ⑲+⑳ $\sqrt{2}$ 。
- H. 某設計師想設計一『公雞溜滑梯』，如圖，已知公雞的頭為與地面相切的圓形，圓  $O$  半徑為 2，若  $P$ 、 $Q$  分別為圓  $O$  與地面上任一點，公雞嘴巴上緣線段  $\overline{PQ}$  長度固定為 4，今設計師希望能設計出「下溜速度最快(即圖中  $\overline{PQ}$  與地面的夾角  $\theta$  最大)」的滑梯，則此時  $P$  點距離地面的高度為  $\frac{⑳㉑}{㉒}$ 。



四、選填題(二) (9 分)

說明：第 I 題至第 K 題，將答案畫記在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (㉔ ~ ㉓)。每格完全答對得 3 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

I. 過點  $(1, 2)$  的一直線被兩平行線  $4x + 3y + 1 = 0$  和  $4x + 3y + 6 = 0$  截得的線段長為  $\sqrt{2}$ ，已知滿足前列條件的直線有兩條，求此兩條直線的斜率和為  $\frac{\textcircled{24}\textcircled{25}}{\textcircled{26}}$ 。

J. 已知圓  $(x-14)^2 + (y-12)^2 = 36^2$  內一點  $C(4, 2)$  和圓周上兩動點  $A$ 、 $B$ ，若  $\angle ACB = 90^\circ$ ，且  $\overline{AB}$  中點  $M$  的軌跡為一圓，求此圓的圓心坐標為  $(\textcircled{27}, \textcircled{28})$ 。

K. 設  $O$  為原點，若直線  $L: y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$  與圓  $C: x^2 + y^2 + x - 6y + m = 0$  相交於  $P$ 、 $Q$  兩點，且  $\overline{OP} \perp \overline{OQ}$ ，求  $m$  的值為  $\frac{\textcircled{29}\textcircled{30}}{\textcircled{31}}$ 。

試題結束

市立臺中一中 113 學年度 第一學期 第二次期中考 高一數學試題 簡答

一、單選題

1. (4)      2. (3)

二、多選題

3. (2)(4)      4. (3)(5)      5. (2)(3)(4)(5)      6. (1)(3)(4)

三、選填題(一)

- A. (4,3)      B.  $x-2y+4=0$       C. 5      D.  $2x-4y+12=5\sqrt{2}$       E.  $\frac{1}{5}$       F. 850
- G.  $3+4\sqrt{2}$       H.  $\frac{16}{5}$

四、選填題(二)

- I.  $\frac{48}{7}$       J. (9,7)      K.  $\frac{21}{5}$