

桃園市武陵高中 113 上高一第一次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 88 分）

一、多選題（占 16 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題 8 分。(8-5-2-0)

1. 請選出正確的選項。

(1) 若 a 是有理數， b 是無理數，則 ab 必為無理數

(2) 數線上相異三點 $A(a)$ 、 $B(b)$ 、 $P(x)$ ，若 $a < b$ 且 $\sqrt{2}(x-b) = \sqrt{3}(a-x)$ ，則 $a < x < b$

(3) 不等式 $2x+3 > x$ 與不等式 $(2x+3)^2 > x^2$ 的解相同

(4) $(-27)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{-27} = -3$

(5) $0.\overline{9} \geq 1$

2. 令 $x = 3 + \sqrt{7}$ ， $y = 3 - \sqrt{7}$ ，請選出正確的選項。

(1) $xy = 4$

(2) $x^2 + y^2 = 34$

(3) $x^3 + y^3 = 180$

(4) $x^4 + y^4 = 1018$

(5) $(3 + \sqrt{7})^4$ 的整數部分為 1015

二、填充題（占 72 分）

說明：第 3 題至第 8 題，每題 4 分；第 9 題至第 16 題，每題 6 分。
--

3. 解方程式 $|x-2| = 3x$ ，得 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 試求 $(\sqrt{8})^{\frac{-2}{3}} \times (0.25)^{-2.5} \times \sqrt[4]{64} = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。
5. 若 $2^x = 6$ ， $2^y = 3$ ，則 $2^{2x+3y-2} = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。
6. 設 $a = \log 100$ ， $b = 10^{\log 7}$ ，則數對 $(a, b) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。
7. 若已知 $\log 8.9638 = 0.9527$ ，則 $\log 0.089638 = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。
8. 武陵高中奇異鳥身上的羽毛稱為「奇異毛」，若已知 6×10^{13} 根奇異毛的重量約為 405 克，求一根奇異毛的重量為 $\text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 克。(用科學記號表示並將係數部分四捨五入取兩位有效數字)
9. 設 $3^x = 25$ ， $5^y = 81$ ，則 $xy = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。
10. 設 $a > 0$ 且 $a^{0.7} = 32$ ，則 $a^{0.49} = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。
11. 若 $\frac{2}{\frac{2}{x^2} - 1} + 1 = \sqrt{3}$ ，求實數 x 的值為 $\text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。
12. 若 x, y 為實數並滿足 $x \cdot \sqrt{17 + 12\sqrt{2}} + y \cdot \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} = 10 + 7\sqrt{2}$ 及 $\sqrt{2}^x = 2^y$ ，求數對 $(x, y) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。
13. 數線上有兩動點 $A(a)$ 、 $B(b)$ ，滿足 $|a - 3| \leq 1$ 及 $|2b + 15| \leq 5$ ，若點 $P(x)$ 在線段 $\overline{AB}$ 上，且 $\overline{AP} : \overline{BP} = 1 : 2$ ，則 x 的範圍以區間表示 為 $\text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。
14. 已知聯立不等式 $\begin{cases} |x - 1| > 3 \\ |x - a| \leq b \end{cases}$ 的解為 $4 < x \leq 12$ ，則 b 的最大值為 $\text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。
15. 若 $x > 2$ ，求 $\frac{(x-1)^2}{x-2}$ 的最小值為 $\text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

16. 已知培養皿中某細菌的數量每隔 3 個小時就會變為原本的 4 倍，且每小時增長的倍數固定。若在培養皿中放入 2 個細菌開始培養，則最少需經過【 】小時（答案請寫整數），細菌數量才會超過 10000 個。（已知 $10^{0.3} \approx 2$ ）

第貳部分：混合題（占 12 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

17 — 19 題組

雙十節時小煥去武陵農場玩，去程與回程皆走相同的路線，已知單趟車程距離為 150 公里，若去程的平均時速為每小時 a 公里，回程的平均時速為每小時 b 公里，來回路程的平均時速為每小時 k 公里。試回答下列各題：

17. 試以 a 、 b 來表示 k 。（非選擇題，3 分）

18. 試證明 $k \leq \sqrt{ab}$ 。（非選擇題，6 分）

19. 若 $k = 60$ ，試求 $a + b$ 的最小值，以及此時的 a 及 b 各為多少？（非選擇題，3 分）

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 25 2. 35

3. $\frac{1}{2}$

4. $32\sqrt{2}$

5. 243

6. (2, 7)

7. -1.0473

8. 6.8×10^{-12}

9. 8

10. $8\sqrt{2}$

11. $\pm(\sqrt{3} - 1)$

12. $(2\sqrt{2}, \sqrt{2})$

13. $[-2, 1]$

14. 7

15. 4

16. 19

第貳部分：混合題

17. $\frac{2ab}{a+b}$

18. 略

19. $a+b$ 的最小值 120，此時 $a=b=60$