

台北市師大附中 113 下高一第二次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 88 分）

一、單選題（占 20 分）

說明：第 1 題至第 4 題，每題 5 分。

1. 等差級數 $2 + 5 + 8 + \cdots + 62 = ?$

(1) 672

(2) 640

(3) 620

(4) 608

(5) 572

2. 已知 $\langle a_n \rangle$ 為公比大於 0 的等比數列，令 S_n 為此數列前 n 項的和。

$S_{10} : S_{20} = 1 : 3$ ，則 $S_{20} : S_{30} = ?$

(1) 1 : 3

(2) 3 : 7

(3) 1 : 2

(4) 3 : 5

(5) 3 : 4

3. 已知某公司近四年的收入成長率分別為 96%、40%、-20%、75%，則此公司近四年收入的平均成長率 = ?

(1) 36%

(2) 38%

(3) 40%

(4) 44%

(5) 45%

4. 已知某班級共 36 人，學測數學科模擬考成績統計結果如下表

級分	11	12	13	14	15
人數	3	6	6	12	9

設級分的算術平均數 μ ，標準差 σ ，第一四分位數 Q_1 ，中位數 M_e ，第三四分位數 Q_3 ，選出正確的選項。

- (1) $\mu = 14$
- (2) $\sigma < 1$
- (3) $Q_1 = 12$
- (4) $M_e = 14$
- (5) $Q_3 - Q_1 = 1$

二、多選題（占 32 分）

說明：第 5 題至第 8 題，每題 8 分。(8-5-2-0)

5. 已知 $\langle a_n \rangle$ 為等差數列，其公差為 2。設 $b_n = \sqrt{2}^{a_n}$ ，請選出正確的選項。

- (1) $\langle b_n \rangle$ 為等比數列
- (2) 對所有的正整數 n ， $\frac{b_{n+1}}{b_n} = \sqrt{2}$
- (3) 若 $b_1 + b_2 + \cdots + b_{10} = 1023$ ，則 $a_1 = 0$
- (4) 若 $a_1 + a_2 + \cdots + a_{10} = 110$ ，則 $b_1 = 2$
- (5) 設 $c_n = \sqrt{2}^{b_n}$ ，則 $\langle c_n \rangle$ 為等比數列

6. 已知 $\langle a_n \rangle$ 、 $\langle b_n \rangle$ 皆為等差數列，且 $a_1 > 0$ ， $b_1 < 0$ 。設 S_n 為 $\langle a_n \rangle$ 前 n 項的和， T_n 為 $\langle b_n \rangle$ 前 n 項的和。請選出正確的選項？

- (1) 若 $a_{114} > 0$ ，則 $a_{115} > 0$
- (2) 若 $a_{114} < 0$ ，則 $a_{115} < 0$
- (3) 若 $S_{114} > 0$ ，則 $S_{115} > 0$
- (4) 若 $d_n = xa_n + yb_n$ ，其中 x, y 均為實數，則 $\langle d_n \rangle$ 亦為等差數列
- (5) 若 $\frac{S_1 + S_2 + \cdots + S_n}{T_1 + T_2 + \cdots + T_n} = \frac{3n + 18}{2n + 13}$ ，則 $\frac{a_6}{b_6} = \frac{51}{35}$

7. 已知四組數據如下：

A 組：1，2，3，4，5

B 組：1，4，9，16，25

C 組：3，5，7，9，11

D 組：5，14，21，26，29

令 μ_A 表示 A 組的算術平均數， σ_A 表示 A 組的標準差， r_{AB} 表示 A 組與 B 組的相關係數，其餘類推。請選出正確的選項。

(1) $\mu_C = 2\mu_A + 1$

(2) $\mu_D = 30 - \mu_B$

(3) $\sigma_D = -\sigma_B$

(4) $r_{AB} = r_{CD}$

(5) $r_{AC} = 1$

8. 小谷 想要探討棒球投手「直球均速」、「直球轉速」以及「揮空率」之間的相關性，於是上網找了一些相關資料如下：

選手	三本由伸	左左木朗希	金永昇太	兼野智之	謙賀滉大	五人的平均數值
直球均速 w (單位：mph)	95.4	96.3	91.1	92.3	94.9	94.0
直球轉速 x (單位：spin)	2,200	2,050	2,500	2,350	2,400	2,300
揮空率 y (%)	13	9	19	20	19	16

請以上述數據為參考，選出正確的選項。

(1) 「直球均速 w 」的標準差 $\sigma_w = 2.1$

(2) 假設直球均速或轉速越高，皆表示該項能力品質比較好。若 小谷 的「直球均速」為 95mph，「直球轉速」為 2,000spin，則他的直球均速在五位選手中的相對品質比較好

(3) 「揮空率 y 」與「直球轉速 x 」的相關係數 $r_{xy} > 0$

(4) 「揮空率 y 」與「直球轉速 x 」的最適直線方程式為 $y - 16 = \frac{63}{2500}(x - 2300)$

(5) 若 小谷 的「直球轉速」為 2,400spin，則依最適直線預測，小谷 的直球揮空率會大於 18%

三、填充題（占 36 分）

說明：第 9 題至第 14 題，每題 6 分。

9. 已知三個實數 $x < 4 < y$ 成等差數列，若將此三數依序加上 6，6，15 後，得到新的三個數字會變成

等比數列，試求公比 = $\frac{\textcircled{9-1}}{\textcircled{9-2}}$ 。

10. 小將計畫向銀行貸款 1000 萬元，以年利率 2% 複利孳息，每年計息一次。若小將與銀行約定借款後每滿 1 年還款 x 萬元，且滿 20 年時還清貸款，試求 $x = \frac{10-1}{10-2}$ 。(四捨五入取到整數位，已知 $1.02^{19} \approx 1.46$ ， $1.02^{20} \approx 1.49$)

11. 將與 2025 互質的數由小到大排成一個數列，則第 114 個數為 $\frac{11-1}{11-2} \frac{11-2}{11-3}$ 。

12. 求級數和： $\frac{1}{1} + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \cdots + \frac{1}{1+2+3+\cdots+10} = \frac{12-1}{12-3} \frac{12-2}{12-4}$ 。

13. 將高一某班分成甲、乙兩組進行測驗，甲組 20 位同學成績的平均為 57 分，標準差為 8 分；乙組 15 位同學成績的平均為 64 分，標準差為 13 分。則全班同學成績的標準差為 $\frac{13-1}{13-2}$ 分。

14. 已知 n 筆二維數據 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \cdots, (x_n, y_n)$ ，其中平均數 $\mu_x = 10$ ， $\mu_y = 9$ ，且 y 對 x 的最適直線斜率為 1。令 $X = -x + 3$ ， $Y = y - 3$ ，則 Y 對 X 的最適直線為 $y = \frac{14-1}{14-2}x + \frac{14-3}{14-2}$ 。

第貳部分：混合題（占 12 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

15 — 17 題組

已知數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足：對於所有正整數 n ， $a_1 = 6$ ，且 $a_{n+1} = 2a_n - 3n + 2$ 。

15. 請選出正確的選項。（單選題，3 分）

- (1) $a_2 = 8$
- (2) $a_3 = 9$
- (3) $\langle a_n \rangle$ 為等差數列
- (4) $\langle a_n \rangle$ 為等比數列
- (5) $a_{n+1} - a_n = 2(a_n - a_{n-1}) - 3$

16. 若 $a_n = a^n + bn + 1$ ，則實數對 $(a, b) = ?$ （非選擇題，3 分）

17. 承 16 題，請代入實數對 (a, b) ，並用數學歸納法證明： $a_n = a^n + bn + 1$ 對所有的正整數 n 皆成立。（非選擇題，6 分）

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 1 2. 2 3. 3 4. 4

5. 134 6. 24 7. 12(45 送分) 8. 35

9. $\frac{5}{2}$

10. 61

11. 212

12. $\frac{20}{11}$

13. 11

14. $y = -2x + 2$

第貳部分：混合題

15. 5

16. (2, 3)

17. 略