

新竹市竹科實中 113 上高一期末考

一、單選題（占 10 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題 5 分。

1. 已知兩直線 $L_1 : ax + 2y = 2$ 與 $L_2 : x + by = c$ 互相垂直於點 $(2, 4)$ ，求 $a + 2b + c$ 的值。

- (1) 11
- (2) 8
- (3) 7
- (4) 5
- (5) 3

2. 已知圓 $\Gamma : x^2 + y^2 + 2x - 2y - 23 = 0$ ，請判斷以下哪條直線與圓所截出的弦最長？

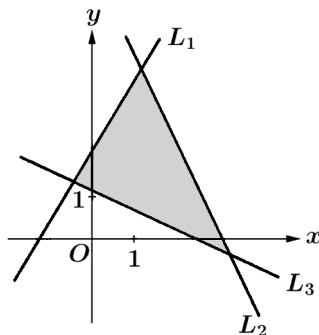
- (1) $x + 3y = 17$
- (2) $x = 3$
- (3) $y = -1$
- (4) $y = -3x$
- (5) $x - 3y = 3$

二、多選題（占 30 分）

說明：第 3 題至第 5 題，每題 10 分。（每個選項 2 分）

3. 右圖為二元一次聯立不等式 $\begin{cases} x + ay + b \geq 0 \\ cx + y + d \geq 0 \\ x + ey + f \leq 0 \end{cases}$ 的解區域，試選出正確的選項。

- (1) $a > 0$
- (2) $ab > 0$
- (3) $c > 0$
- (4) $d < 0$
- (5) $\frac{f}{e} > 0$



4. 已知兩實係數方程式 $\Gamma: x^2 + y^2 - 2mx + 4my + 6m - 3 = 0$ ， $L: 4x - 3y + 8 = 0$ ，試選出正確的選項。

- (1) 不論 m 為任何實數，方程式 Γ 的圖形恆為一圓
- (2) 方程式 Γ 的圖形之最小面積為 $\frac{6}{5}\pi$
- (3) 不論 m 為任何實數，方程式 Γ 與 L 的圖形恆有兩個交點
- (4) 方程式 Γ 與 L 的圖形可能恰交於一點
- (5) 方程式 L 的圖形被方程式 Γ 的圖形所截出的線段長有最大值

5. 坐標平面上， $\triangle ABC$ 的三點坐標分別為 $A(0,0)$ ， $B(6,12)$ ， $C(8,8)$ ，試選出正確的選項。

- (1) $\overline{AB}$ 的中垂線方程式為 $x + 2y = 9$
- (2) 過 C 的 $\overline{AB}$ 中線方程式為 $2x - 5y = 18$
- (3) $\triangle ABC$ 的外心 O 為 $(1,7)$
- (4) $\triangle ABC$ 的外接圓面積為 50π
- (5) $\angle B$ 的內角平分線方程式為 $x = 6$

三、填充題（占 60 分）

說明：第 6 題至第 15 題，每題 6 分。

6. 若三直線 $L_1: 3x - 2y = 4$ ， $L_2: 2x - y = 3$ ， $L_3: x + ay = 5$ 不能圍成三角形，求實數 a 之值【 】。

7. 已知圓 $C: x^2 + y^2 - 8x - 4y + 10 = 0$ ，求圓 C 上與點 $P(2, -4)$ 距離最遠的點坐標為【 】。

8. $\triangle ABC$ 三邊所在的直線 $L_1: x - y + 3 = 0$ ， $L_2: x + 5y - 3 = 0$ ， $L_3: 2x + y - 6 = 0$ ，若直線 $L: y = mx - 3$ 與 $\triangle ABC$ 相交，求 m 之範圍【 】。

9. 在坐標平面上有一圓 C ，其方程式為 $x^2 + y^2 + 2x + 4y + a = 0$ ，一直線 $L: 4x + 3y + b = 0$ 與圓 C 相切於 P 點，已知 P 點坐標為 (b, c) ，則數對 (a, b, c) 為【 】。

10. 設 x 為實數，則 $\left| \sqrt{x^2 - 2x + 5} - \sqrt{x^2 - 6x + 25} \right|$ 的最大值為【 】。

11. 點 $A(-7, 1)$ 與點 $B(1, 3)$ 在直線 $L: 5x + 6y = -20$ 的兩側，且 $\overline{AB}$ 交 L 於 P ，

求 $\frac{\overline{AP}}{\overline{BP}} =$ 【 】。

12. 一直線 L 經過 $P(2, -3)$ ，且 L 與兩坐標軸在第四象限所圍三角形面積最小，則此面積最小值為【 】。

13. 設 (x, y) 為區域 $\begin{cases} 3x + y \leq 9 \leq 3x + 18y \\ 5x - 4y + 19 \geq 0 \end{cases}$ 內任一點，若 $3x + y$ 之最大值為 M ， $(x - 4)^2 + (y - 3)^2$ 之最小值為 m ，則數對 $(M, m) =$ 【 】。

14. 設 $A(2, 1)$ 、 $B\left(\frac{2}{3}, 5\right)$ ，若 $\overline{AB}$ 與直線 $L: y = ax + b$ 相交，且 $a > 0$ ， $b > 0$ ，求所有符合的 (a, b) 中共有【 】個格子點。

15. 設 $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{BC}$ 和 y 軸垂直，若 $A(2, 9)$ ，內切圓的圓方程式為 $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 16$ ，則 $\triangle ABC$ 的垂心 H 座標為【 】。

参考答案

1. 2

2. 4

3. 34

4. 124

5. 345

6. $-\frac{2}{3}$ 或 $-\frac{1}{2}$ 或 3

7. (5, 5)

8. $m \geq 1$ 或 $m \leq -2$

9. $(-20, -15, 1)$

10. $2\sqrt{2}$

11. $\frac{9}{43}$

12. 12

13. $\left(8, \frac{18}{5}\right)$

14. 14

15. $\left(2, \frac{3}{4}\right)$