

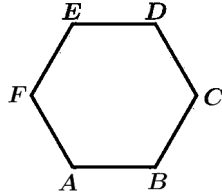
彰化縣彰化女中 113 上高二期末考

第壹部分：選擇（填）題（占 88 分）

一、多選題（占 20 分）

說明：第 1 題至第 4 題，每題 5 分。(5-3-1-0)

1. 如圖，正六邊形 $ABCDEF$ 中，哪些選項正確？



(1) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE}$

(2) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AF}$

(3) $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{AB}$

(4) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AF} \parallel \overrightarrow{BC}$

(5) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CB} \perp \overrightarrow{CD}$

2. 設 O, G, H 分別為 $\triangle ABC$ 的外心、重心、垂心，下列哪些選項正確？

(1) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AC}^2 - \overrightarrow{BC}^2)$

(2) $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

(3) $\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$

(4) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} > \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AC}$

(5) $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$

3. 坐標平面上， $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$ ，且 $|\overrightarrow{OA}| = 1$ ， $|\overrightarrow{OB}| = 2$ ， $|\overrightarrow{OC}| = \sqrt{2}$ ，若 $\overrightarrow{OA}$ ， $\overrightarrow{OB}$ 的夾角為 θ ，下列哪些選項正確？

(1) $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \frac{3}{2}$

(2) $\sin \theta = \frac{\sqrt{7}}{4}$

(3) O 為 $\triangle ABC$ 的重心

(4) $\triangle ABC$ 的面積為 $\frac{3\sqrt{7}}{2}$

(5) 若 t 為實數， $|\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}|$ 最小值為 $\frac{7}{16}$

4. 設 $\vec{a} = (a_1, a_2)$ ， $\vec{b} = (b_1, b_2)$ 為兩個非零向量，欲將 $\vec{c} = (c_1, c_2)$ 寫成 $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ 的線性組合，以 $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$ 表示，其中 (x, y) 即為二元一次方程式 $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ 的解，令 $\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$ ，

$\Delta_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}$ ， $\Delta_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$ ，請選出下列正確的選項。

(1) 若直線 $L_1: a_1x + b_1y = c_1$ ， $L_2: a_2x + b_2y = c_2$ 的法向量互相平行時，二元一次方程式

$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ 的解為無解

(2) 若「 $\vec{a}$ 與 $\vec{c}$ 所決定的平行四邊形面積」是「 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 所決定的平行四邊形面積」的 3 倍，則 $y = 3$

(3) 若已知 $\Delta = 1$ ， $\Delta_x = -2$ ， $\Delta_y = -3$ ，則聯立方程式 $\begin{cases} a_1x + (2a_1 - b_1)y + 3c_1 = 0 \\ a_2x + (2a_2 - b_2)y + 3c_2 = 0 \end{cases}$ 的解為 $x = 24$ ，

$y = -9$

(4) 若 $\Delta = 0$ ，則 $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$

(5) 若 $c_1 = c_2 = 0$ ，則方程組有無限多解

二、填充題（占 72 分）

說明：第 5 題至第 17 題。													
答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
分數	6	12	18	24	30	36	42	47	52	57	62	67	72

5. 設 $\vec{a}, \vec{b}$ 為兩不平行的非零向量，且 $\overrightarrow{OA} = \vec{a} + k\vec{b}$ ， $\overrightarrow{OB} = 3\vec{a} + 4\vec{b}$ ，

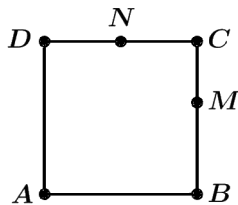
$\overrightarrow{OC} = -3\vec{a} + 7\vec{b}$ ， $\overrightarrow{OD} = 5\vec{a} + (4 - 3k)\vec{b}$ ，若 $\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{CD}$ ，則 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6. 坐標平面上， $A(2, -4)$ ， $B(3, 2)$ ， O 是原點。設 $\overrightarrow{OC} \perp \overrightarrow{OB}$ 且 $\overrightarrow{BC} // \overrightarrow{OA}$ ，則 C 點坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 設 O 為原點，集合 $S = \{P \mid \overrightarrow{OP} = (3\alpha + 2\beta, \alpha + 4\beta), 0 \leq \alpha \leq 2, 0 \leq \beta \leq 3, \alpha + \beta \geq 1\}$ ，求集合 S 所形成的區域面積 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

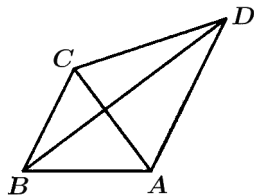
8. $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{AC} = 4$ ，以 $\overline{BC}$ 為一邊向外做正方形 $BCDE$ ，若 $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ，則數對 $(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9. 一邊長為 1 的正方形 $ABCD$ ， $\overline{DN} = \frac{1}{2}\overline{CD}$ ， $\overline{BM} = \frac{3}{5}\overline{BC}$ ，求 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



10. 設 $\Delta = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ ，若 $\begin{vmatrix} 3a+2c & 3b+2d \\ -2a+3c & -2b+3d \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 3c & d \\ 6a & 2b \end{vmatrix} = 21$ ，則 $\Delta = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

11. 如圖，四邊形 $ABCD$ 中兩對角線互相垂直， $A(2, 1)$ ， $B(-3, 1)$ ， $C(-1, 5)$ ，求 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



12. 若一直線過點 $(1, 3)$ 且與直線 $y = 2x + 6$ 所夾的角為 45° ，求此直線方程式 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

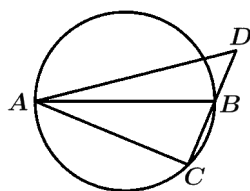
13. 設平面上三點 $A(2025, 2024)$ ， $B(113, 12)$ ， $C(114, 4)$ ，若向量 $\overrightarrow{AB}$ ， $\overrightarrow{AC}$ 在直線 $L: y = mx$ 上的正射影相同，則 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

14. 若 x, y 為實數，滿足 $3x + 2y = 14$ ，當 $x = m$ ， $y = n$ 時 $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 114$ 有最小值為 k ，求序組 $(m, n, k) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

15. 設 $\overrightarrow{AB} = (114, 2025)$ ， $\overrightarrow{AC} = (113, 12)$ ， $\overrightarrow{AP} = k\overrightarrow{AB} + (2 - k)\overrightarrow{AC}$ ，其中 $0 < k < 2$ ，若 $\triangle ABP$ 面積為 $\triangle ABC$ 面積的 $\frac{2}{3}$ 倍，則 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

16. $\triangle ABC$ 中，點 P, N 分別為線段 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 上的點， M 點為線段 $\overline{BC}$ 的中點， Q 點為 $\overline{PN}, \overline{AM}$ 的交點。若 $\overline{AP} : \overline{BP} = 1 : 2$ ， $\overline{AQ} : \overline{QM} = 3 : 4$ ，求 $\frac{\overline{AN}}{\overline{NC}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

17. 如圖，已知 $\overline{AB} = 13$ ，以線段 $\overline{AB}$ 為直徑作一圓， C 點為圓上一點且 $\overline{AC} = 12$ 。 D 點為圓外一點滿足 C, B, D 三點共線且 $\overline{AD} = 15$ 。求內積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



第貳部分：混合題（占 8 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

18 — 19 題組

在坐標平面上，已知直線 $L: 4x + 3y = 120$ ，點 $P(a, b)$ 位在由三直線 x 軸、 y 軸、直線 L 所圍成的區域內（含邊界）且 $\overline{OP} = 5\sqrt{5}$ ，試求：

18. 請列出 a, b 滿足的關係式（非選擇題，2 分）

19. 求 P 點到三直線 x 軸、 y 軸、直線 L 距離總和的最大值及最小值（非選擇題，6 分）

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 134 2. 12 3. 23 4. 34

5. 19

6. (16, -24)

7. 55

8. $\left(\frac{4}{3}, \frac{7}{4}\right)$

9. $\frac{11}{10}$

10. 3

11. 15

12. $3x + y = 6$ 或 $x - 3y = -8$

13. $\frac{1}{8}$

14. (2, 4, 122)

15. $\frac{4}{3}$

16. $\frac{3}{2}$

17. 20

第貳部分：混合題

18. $a^2 + b^2 = 125$

19. 最大值 = 29 ， 最小值 = 24