

# 台南市台南女中 113 上高二期末考

## 一、單選題（占 20 分）

---

說明：第 1 題至第 4 題，每題 5 分。

1. 已知行列式  $\begin{vmatrix} 5b & 5d \\ a-2b & c-2d \end{vmatrix} = 30$ ，則行列式  $\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}$  的值為何？

- (1) -6
- (2) -10
- (3) 6
- (4) 10
- (5) 15

2. 坐標平面上有一個半徑為 4 的圓，其圓心為  $O$  點。已知圓上有  $A, B$  兩點，且  $\overline{AB} = 6$ ，則內積  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{AB} = ?$

- (1) 2
- (2) -2
- (3) 18
- (4) -18
- (5) -3

3. 在坐標平面上，已知向量  $\overrightarrow{PQ} = \left( \log \frac{1}{3}, -2^{-10} \right)$ ，其中點  $P$  的坐標為  $(\log 2, 8^{-4})$ 。試選出正確的選項。

- (1) 點  $Q$  在第一象限
- (2) 點  $Q$  在第二象限
- (3) 點  $Q$  在第三象限
- (4) 點  $Q$  在第四象限
- (5) 點  $Q$  位於坐標軸上

4. 坐標平面上三點  $A(2, 1)$ 、 $B(-1, -3)$ 、 $C(-10, 6)$ ，若直線  $L$  過  $A$  點且滿足兩向量  $\overrightarrow{AB}$  與  $\overrightarrow{AC}$  在直線  $L$  上的正射影相同，則直線  $L$  的方程式為下列哪一個選項？

- (1)  $x - 2y = 0$
- (2)  $x - y = 1$
- (3)  $2x - 3y = 1$
- (4)  $3x - 4y = 2$
- (5)  $4x - 3y = 5$

## 二、多選題（占 30 分）

---

|                                  |
|----------------------------------|
| 說明：第 5 題至第 10 題，每題 5 分。(5-3-1-0) |
|----------------------------------|

5. 試選出正確的選項。

- (1) 平面上兩點  $A(1, 6)$ 、 $B(4, 2)$ ，則  $|\overrightarrow{AB}| = (3, 4)$
- (2) 平面上兩點  $A(1, 6)$ 、 $B(4, 2)$ ，則與  $\overrightarrow{AB}$  同方向的單位向量為  $\left(\frac{3}{5}, \frac{-4}{5}\right)$
- (3) 平面上三點  $A(4, 2)$ 、 $B(1, 7)$ 、 $C(3, 3)$ ，則  $\overrightarrow{AB}$  在  $\overrightarrow{AC}$  上的正射影為  $(-12, 20)$
- (4)  $x$ 、 $y$  為實數，且  $3x - 4y = 10$ ，則  $9x^2 + 4y^2$  的最小值為 20
- (5) 若  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ ，則  $\vec{a} // \vec{b}$

6.  $\triangle ABC$  中， $\overrightarrow{AB} = (1, 2)$ ， $\overrightarrow{AC} = (3, 8)$ ，且  $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ，試選出正確的選項。

- (1)  $x = 1$ ， $y$  為實數時，點  $P$  所成圖形為一直線
- (2)  $x + y = 1$  時，點  $P$  所成圖形為一線段
- (3)  $x + y = 1$ ， $x \geq 0$ ， $y \geq 0$  時，點  $P$  所成圖形為一線段
- (4)  $\triangle ABC$  的面積為 2
- (5)  $-1 \leq x \leq 2$ ， $0 \leq y \leq 2$  時，點  $P$  所成圖形的面積為 6

7. 坐標平面上  $\triangle ABC$  中， $\overrightarrow{AB} = \left(\frac{-1}{2}, \frac{3}{2}\right)$ ， $\overrightarrow{AC} = (4, 3)$ ，試選出正確的選項。

(1)  $\overrightarrow{BC} = \left(\frac{-9}{2}, \frac{-3}{2}\right)$

(2)  $\triangle ABC$  為銳角三角形

(3)  $\triangle ABC$  面積為  $\frac{15}{4}$

(4)  $\cos A > \cos C$

(5)  $\angle A > 60^\circ$

8. 已知正五邊形  $ABCDE$  邊長為 1，試選出正確的選項。

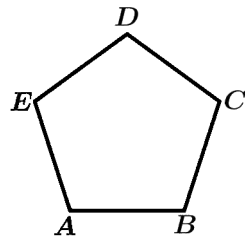
(1)  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA}$

(2)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} < 0$

(3)  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} > \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}$

(4)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} > \frac{1}{2}$

(5)  $\overrightarrow{ED}$  在  $\overrightarrow{AB}$  的正射影等於  $\overrightarrow{ED}$  在  $\overrightarrow{EC}$  的正射影



9. 圖為七個全等的正六邊形所形成的蜂巢， $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  為其中四個頂點， $P$  點為  $\overline{BC}$  與  $\overline{AD}$  的交點，試選出正確的選項。

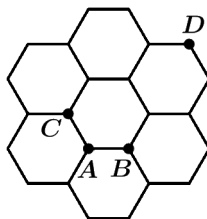
(1)  $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{AC}$

(2)  $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{7}\overrightarrow{AD}$

(3)  $\overline{CP} : \overline{PB} = 3 : 4$

(4)  $\frac{\triangle PCD \text{ 面積}}{\triangle ABC \text{ 面積}} = \frac{24}{7}$

(5)  $\overrightarrow{DA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{DC}$



10. 平行四邊形  $ABCD$ ，已知  $P$  為  $\overline{BC}$  上一點，且  $\overrightarrow{AP} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AD}$ ，其中  $P \neq B$  且  $P \neq C$ ， $\overrightarrow{AQ} = b\overrightarrow{AB} + a\overrightarrow{AD}$ ， $\overrightarrow{AR} = (a - 0.1)\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AD}$ ， $\overrightarrow{AS} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AQ})$ 。試選出正確的選項。

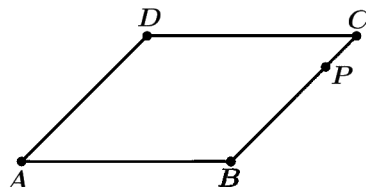
(1)  $a = 0$

(2)  $0 < b < 1$

(3)  $S$  必落在  $\overline{AC}$  上

(4)  $R$  必落在  $\triangle ABC$  內部 (不含邊界)

(5)  $\triangle ACP$  面積 =  $\triangle ACQ$  面積



### 三、填充題（占 50 分）

說明：第 11 題至第 20 題，每題 5 分。

11. 坐標平面上有不共線的三點  $A, B, C$  且點  $P$  在線段  $\overline{BC}$  上，

並令  $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ，若  $\overline{CP} = 3\overline{BP}$ ，則  $x = \frac{\textcircled{11-1}}{\textcircled{11-2}}$ 。

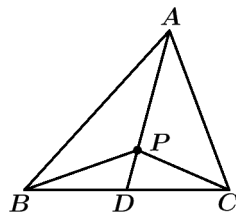
12. 設平面上兩直線  $3x - 4y = 5$  與  $y$  軸的夾角為  $\theta$ ，則  $\sin \theta = \frac{\textcircled{12-1}}{\textcircled{12-2}}$ 。

13. 設實數  $a > 0$ ，若  $x, y$  的方程組  $\begin{cases} x - 2y = 2 \\ 2x + y = a \\ x + ay = 13 \end{cases}$  有解，則  $a = \textcircled{13-1}$ 。

14.  $\triangle ABC$  中， $\overline{BC} = 4$ ， $\angle B = 60^\circ$ ，且滿足  $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$  與  $(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC})$  垂直，則  $\triangle ABC$  的面積  $= \textcircled{14-1} \sqrt{\textcircled{14-2}}$ 。

15. 設  $\vec{a}$  與  $\vec{b}$  都是平面上不為零的向量，若  $\vec{a} + 2\vec{b}$  與  $2\vec{a} + \vec{b}$  所張成的平行四邊形面積為 9，則  $3\vec{a} - \vec{b}$  與  $\vec{a} + 4\vec{b}$  所張成的平行四邊形面積為  $\textcircled{15-1} \textcircled{15-2}$ 。

16. 如圖， $\triangle ABC$  中， $D$  為  $\overline{BC}$  中點，且  $\overline{AP} : \overline{PD} = 3 : 1$ ，若  $\overline{AD} = 8$ ，試求  $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PC}$  之值為  $\textcircled{16-1} \textcircled{16-2} \textcircled{16-3}$ 。



17. 坐標平面上有一質點沿方向  $\vec{u} = (3, 1)$  前進，現欲在此平面上置一直線  $L$ ，使得此質點碰到  $L$  時依光學原理（入射角等於反射角）反射，之後沿方向  $\vec{v} = (-3, 9)$  前進，則直線  $L$  的方向向量應為  $\vec{w} = (1, t)$ ，其中  $t = \textcircled{17-1}$ 。

18. 已知  $A(4, 2)$ 、 $B(2, 6)$ 、 $C$  點在圓  $x^2 + y^2 = 4$  的圓周上移動。若內積  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC}$  的最大值為  $M$ 、最小值為  $m$ ，求  $M - m$  之值 = 18-1 18-2。

19. 坐標平面上有兩點  $A(5, -3)$ 、 $B(1, 1)$  及一條直線  $L$ 。已知  $A$ 、 $B$  兩點在直線  $L$  的兩側， $\vec{n} = (1, -2)$  是直線  $L$  的法向量，且  $A$  點到直線  $L$  的距離為  $B$  點到直線  $L$  的距離的 3 倍，又  $P$  點在直線  $L$  上且  $\overline{PA} = \overline{PB}$ ，試求  $P$  點坐標 = 19-1 19-2。

20. 設  $O$ 、 $A$ 、 $B$  為坐標平面上不共線三點，其中向量  $\overrightarrow{OA}$  垂直  $\overrightarrow{OB}$ 。若  $C$ 、 $D$  兩點在直線  $AB$  上，滿足  $\overrightarrow{OC} = \frac{1}{4}\overrightarrow{OA} + \frac{3}{4}\overrightarrow{OB}$ 、 $\overline{AD} = 4\overline{BD}$ ，且  $\overrightarrow{OC}$  垂直  $\overrightarrow{OD}$ ，則  $\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{\sqrt{20-1}}{20-2}$ 。

参考答案

1. 1      2. 4      3. 3      4. 2

5. 24      6. 13      7. 35      8. 5      9. 24      10. 235

11.  $\frac{3}{4}$

12.  $\frac{4}{5}$

13. 9

14.  $4\sqrt{3}$

15. 39

16. -24

17. 2

18. 40

19. (6, 2)

20.  $\frac{\sqrt{3}}{6}$