

臺北市立第一女子高級中學 113 學年度第 1 學期 高一期末考數學試題

科目：數學 年級：高一 範圍：第一冊 直線與圓 試題頁數：共 6 頁

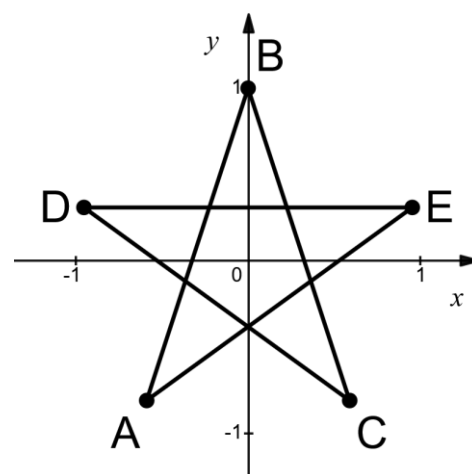
1. 請於答案卡上劃記並書寫正確身分資料，若身分資料劃記錯誤致使機器無法判讀，統一扣該科總成績 5 分。
2. 本試卷題型均可以自行判斷採用計算器為計算工具，允許的計算器機型限定下列四款：
E-More FX-127、Fuhbao FX-180、Canon F-502G、Casio FX-82Solar(II)

一、單選題（占 18 分）

說明：第 1 題至第 3 題，將答案劃記在答案卡標示的列號 (1-3)。每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 如右圖，請選出下列線段所在的直線斜率最小者。

- (1) $\overline{AB}$
- (2) $\overline{BC}$
- (3) $\overline{CD}$
- (4) $\overline{DE}$
- (5) $\overline{EA}$



2. 已知圓 $C: x^2 + y^2 - 4x + 6y + 12 = 0$ ，且坐標平面上有一定點 $A(7, 2)$ 。若 P 為在圓 C 上且與 A 距離最近的點，請選出 $\overline{AP}$ 線段所在的直線方程式。
 - (1) $x - y = 5$
 - (2) $x + y = 9$
 - (3) $x + 9y = 25$
 - (4) $3x - 4y = 13$
 - (5) $4x - 3y = 22$
3. 已知 $P(x, y)$ 為圓 $C: (x+3)^2 + (y+1)^2 = 40$ 上的點，且 P 和直線 $L: x + 3y = 4$ 的距離恰好為 $\sqrt{10}$ ，求滿足上述條件的 P 點個數共有幾個？
 - (1) 0 個
 - (2) 1 個
 - (3) 2 個
 - (4) 3 個
 - (5) 4 個

二、多選題（占 40 分）

說明：第 4 題至第 7 題，每題有 5 個選項，將答案劃記在答案卡標示的列號（4-7）。各題選項獨立計分，每個選項 2 分。
每題至少有一個是正確的選項，所有選項均未作答者，該題以零分計算。

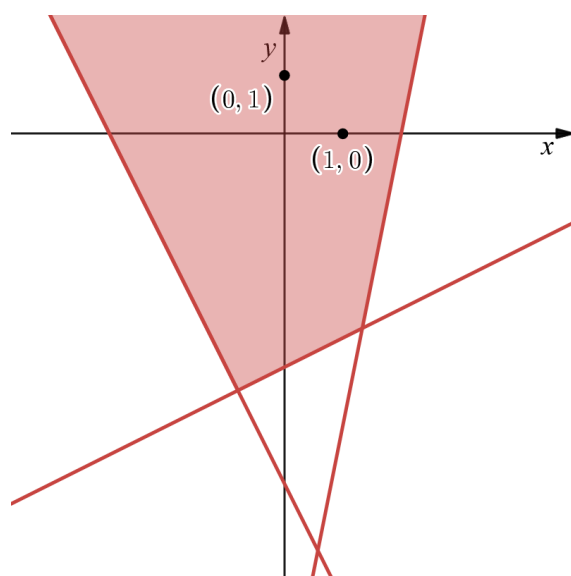
4. 平面上有三條直線： $L_1: 3x - 2y + 13 = 0$ 、 $L_2: 2x + 3y = 0$ 、 $L_3: x + ky + 5 = 0$ ，若 L_1 、 L_2 、 L_3 恰好將平面分成 6 個區域，請選出 k 的可能值。

- (1) $-\frac{3}{2}$
- (2) -1
- (3) $-\frac{2}{3}$
- (4) $\frac{2}{3}$
- (5) $\frac{3}{2}$

5. 已知聯立不等式組 $\begin{cases} ax - 2ay + b \geq 0 \\ x + cy + d \geq 0 \\ ex + fy - 10 \leq 0 \end{cases}$ 的解為右圖的塗色區域，試選出正確的選項。

- (1) a 可為任意實數
- (2) $b > 0$
- (3) $c < 0$
- (4) e 和 f 同號
- (5) 如果希望解所形成的區域為一封閉三角形，則可修改原聯立不等式組

的第一式，改成 $\begin{cases} ax - 2ay + b \leq 0 \\ x + cy + d \geq 0 \\ ex + fy - 10 \leq 0 \end{cases}$



6. 在坐標平面上有一定點 $P(-3,3)$ 與圓 $C: x^2 + y^2 = 18$ ， $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 在圓 C 上，滿足 $\overline{AB} = 6$ 以及 $x_1 > x_2$ ，試選出正確的選項。
- (1) P 點落在圓 C 上
 - (2) 過 P 點且與圓 C 相切的切線方程式為 $x - y + 6 = 0$
 - (3) $\triangle ABP$ 面積的最大值為 $9\sqrt{2}$
 - (4) 當 $\triangle ABP$ 的面積有最大值時，此時 A 、 B 兩點均落在直線 $x - y + 3\sqrt{2} = 0$ 上
 - (5) 當 $\triangle ABP$ 的面積有最大值時，此時 A 點的坐標為 $(3\sqrt{2}, 0)$
7. 令 m 為實數，若直線 $L: mx - y + 3 - m = 0$ 和圓 $C: x^2 + y^2 = 2$ 恰交一點，並令其交點為 A 。設圓 C 的圓心為 O ，已知對於任意實數 m ，直線 L 必通過某定點 P ，試選出正確的選項。
- (1) P 點坐標為 $(1, 3)$
 - (2) 滿足題目敘述的實數 m 有兩個，且恰為一正數一負數
 - (3) $\triangle AOP$ 的面積為 4
 - (4) $\triangle AOP$ 的外接圓方程式為 $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{5}{2}$
 - (5) 若 A 在第一象限上，則 A 點坐標為 $\left(\frac{7}{5}, \frac{1}{5}\right)$

三、選填題（占 42 分）

說明：1. 第 A 至 G 題，將答案劃記在答案卡標示的列號（8-30）。

2. 每題完全答對給 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 滿足以點 $A(8,7)$ 為圓心，且通過點 $B(1,11)$ 的圓方程式為 $(x-8)^2 + (y-7)^2 = 10$ 。

B. 若直線 $L: ax+by+1=0$ 在坐標平面上完全落在 $3x-2y+6>0$ 的半平面區域內，則 $\frac{b}{a} = \frac{12}{14}$ （答案請以最簡分數表達）。

C. 坐標平面上有一定點 $A(3,-4)$ ，則 A 對於直線 $L: x-y+4=0$ 的對稱點為 $(15,16)$ 。

- D. 在平面給定兩個同心圓（圓心相同的兩個圓） C_1 、 C_2 ，已知點 $A_1(-7,-6)$ 、 $B_1(-3,2)$ 均落在圓 C_1 上，點 $A_2(4,3)$ 、 $B_2(6,-5)$ 均落在圓 C_2 上，則兩同心圓的圓心坐標為 $(\textcircled{18}\textcircled{19}, \textcircled{20}\textcircled{21})$ 。

- E. 令坐標平面上的原點為 O 。已知圓 $C: (x+6)^2 + (y+1)^2 = 25$ 和直線 $L: 2x+y+3=0$ 交於 A 、 B 兩點，其中 $\overline{OA} > \overline{OB}$ ，則 B 點坐標為 $(\textcircled{22}\textcircled{23}, \textcircled{24}\textcircled{25})$ 。

F. 平面上有一圓 $C: x^2 + y^2 + 4x - 6y + k = 0$ ，將圓 C 對著直線 $L: \sqrt{3}x + y = 3$ 對稱，可得圓 C' 。若圓 C 與圓 C' 有交點，則 k 的最大值為 ②⑥②⑦。

G. 已知 $a > 0$ 。若坐標平面上， $y = |ax + b|$ 的圖形與 $(x - 3)^2 + (y - 10)^2 = 10$ 的圖形恰相切於兩點。求 $(a, b) = (\underline{\textcircled{28}, \textcircled{29} \textcircled{30}})$ 。

臺北市立第一女子高級中學 113 學年度第 1 學期
高一期末考數學試題 選擇（填）題答案

題號	答案	題號		答案	題號		答案
1	2	A	8	8	E	22	—
2	1		9	7		23	1
3	4		10	6		24	—
4	2,3,5		11	5		25	1
5	2,5	B	12	—	F	26	1
6	1.2.5		13	2		27	0
7	1,2,4,5		14	3	G	28	3
		C	15	—		29	—
			16	8		30	9
			17	7			
		D	18	—			
			19	3			
			20	—			
			21	3			