

新竹市新竹高中 112 上高三第二次期中考 3 乙

第壹部分：選擇（填）題（占 90 分）

一、多選題（占 20 分）

說明：第 1 題至第 4 題，每題 5 分。(5-3-1-0)

1. 已知 $i = \sqrt{-1}$ ，則下列何者正確？

- (1) 二次方程式 $x^2 - 2x + 7 = 0$ 有兩個共軛虛根
- (2) $2i + 1$ 的共軛複數為 $2i - 1$
- (3) 若二次方程式 $f(x) = 0$ 有 $4 - 3i$ 的虛根，則 $f(x) = 0$ 必有 $4 + 3i$ 的虛根
- (4) 若 $f(x) = 0$ 為實係數五次方程式，則方程式 $f(x) = 0$ 必有虛根
- (5) $x^4 + 4x^2 - 3 = 0$ 有二實根與二虛根

2. 複數平面上，設 $z = x + yi$ ， x, y 皆為實數， $\bar{z}$ 為 z 的共軛複數，則下列何者正確？

- (1) z 與 $-z$ 對稱於 y 軸
- (2) z 與 $-iz$ 對稱於 x 軸
- (3) z 與 $i\bar{z}$ 對稱於直線 $y = x$
- (4) $|z + \bar{z}| = 2x$
- (5) $|z - iz|^2 = 2|z|^2$

3. 設 α, β 為二次方程式 $x^2 + 6x + 3 = 0$ 的兩個根，則下列選項哪些正確？

- (1) $\alpha + \beta = 6$
- (2) $\alpha^2 + \beta^2 = 30$
- (3) $\alpha^3 + \beta^3 = -162$
- (4) $\frac{1}{\alpha^2 + 3} + \frac{1}{\beta^2 + 3} = \frac{1}{3}$
- (5) $(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 = -6 + 2\sqrt{3}$

4. 設 a 為實數且 $f(x) = 3x^2 + (a+i)x + (-6+2i)$ ，則下列哪些選項是正確的？

- (1) 對所有實數 a ，方程式 $f(x) = 0$ 恰有兩個複數根
- (2) 對所有實數 a ，方程式 $f(x) = 0$ 至少有一個實根
- (3) 存在實數 a ，方程式 $f(x) = 0$ 恰有兩個實數根
- (4) 存在實數 a ，方程式 $f(x) = 0$ 恰有一個實數根及一個虛數根
- (5) 存在實數 a ，方程式 $f(x) = 0$ 恰有兩個相等複數根

二、填充題（占 70 分）

說明：第 5 題至第 14 題。										
答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得分	10	20	28	36	42	48	54	60	65	70

5. 設 a, b 為實數，若 $(1+2i)a + (3-i)b = -3+8i$ ，求數對 (a, b) 值。

6. 化簡 $i - 2i^2 + 3i^3 - 4i^4 + 5i^5 - 6i^6 =$ 【 】。

7. 設三次方程式 $x^3 + 3x^2 - 23x + 35 = 0$ 有兩虛數根 $a-i$ 及 $2+bi$ ，其中 a, b 為實數，求此方程式的實根。

8. 設 z 為複數，已知 z 的實部為 3， $\frac{1}{z}$ 的虛部為 $\frac{1}{6}$ ，則 $z =$ 【 】。

9. 若 z 為複數，且 $(z+i)^2 = 5+12i$ ，則 $z =$ 【 】。

10. 設複數 z 滿足 $z + |z| = 25 - 5i$ ，求複數 z 。

11. 設 $P = |\alpha - (2+3i)| + |\alpha - (-1+i)|$ ，當 α 為實數時，求 P 的最小值。

12. 已知 z 為複數， $|z - (1+i)| = 1$ ， $|(1+i)z|$ 的最大值。

13. 若 $a_n = (1+i) \left(1 + \frac{i}{\sqrt{2}}\right) \left(1 + \frac{i}{\sqrt{3}}\right) \cdots \left(1 + \frac{i}{\sqrt{n}}\right)$ ，則 $|a_n| =$ 【 】。

14. 已知 $z = \frac{1+2i}{a-i}$ 滿足 $z = \bar{z}$ ，求實數 a 的值。

第貳部分：混合題（占 10 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

15 - 17 題組

有四張卡片上面分別標示著四則運算 $+$ 、 $-$ 、 $\times$ 、 $\div$ 、遊戲剛開始時，給定複數平面上的一個複數 $Z_0(1+2i)$ 。

接著進行以下的動作，稱為一回合。

步驟(1) 投擲一個公正骰子兩次，兩次點數分別代表某一個複數的實部與虛部 $\rightarrow$ 再抽取一張運算卡片(每張被選取的機率相等)。

步驟(2) 將 $Z_0(1+2i)$ 與前步驟所代表的複數依運算卡片計算出結果得複數 Z_1 。

例如：第一回合中步驟(1) 兩次點數分別為 2 點，3 點 $\rightarrow$ 代表複數 $2+3i$ ，

步驟(2) 抽中 $\times$ ，則 $Z_1 = Z_0 \times (2+3i) = -4+7i$

之後第二回合步驟(1) 兩次點數分別為 6 點，1 點 $\rightarrow$ 代表複數 $6+1i$ ，

步驟(2) 抽中 $-$ ，則 $Z_2 = Z_1 - (6+1i) = -10+6i$

若開始時，在複數平面上以原點為圓心，半徑為 10 畫一個圓 C ，試回答下列問題。

15. 下面哪一個不可能是複數 Z_1 的位置？(單選題，3 分)

(1) $4+3i$

(2) 0

(3) $7+4i$

(4) $1+3i$

(5) $\frac{3}{2} + \frac{1}{2}i$

16. 若已知 Z_2 是 Z_0 經由先加法再除法兩種運算而產生，則 Z_2 與圓 C 的關係。(填充題，3 分)

17. 在 Z_2 是 Z_0 經由先加法與減法兩種運算而產生 的條件下，求 Z_2 在實軸的機率為何？(非選擇題，4 分)

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 15 2. 35 3. 2345 4. 14

5. $(3, -2)$

6. $4 + 3i$

7. -7

8. $3 - 3i$

9. $3 + i, -3 - 3i$

10. $12 - 5i$

11. 5

12. $2 + \sqrt{2}$

13. $\sqrt{n+1}$

14. $-\frac{1}{2}$

第貳部分：混合題

15. 4

16. 圓內

17. $\frac{1}{9}$