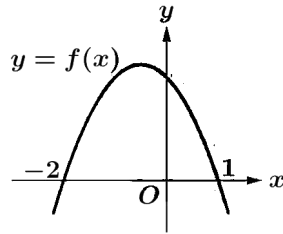


台北市成功高中 112 上高一期末考

答對格數	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
分數	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	64	68	72	76	80	84	88	92	96	100

1. 右圖是二次函數 $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ 的部分圖形，已知 $y = f(x)$ 的圖形與 x 軸交於 $(-2, 0)$ 、 $(1, 0)$ 兩點。選出正確的選項。(多選題)

- (1) $a < 0$
- (2) $b < 0$
- (3) $b^2 - 4ac > 0$
- (4) $a - b + c < 0$
- (5) $f(-10) = f(9)$



2. 設三次函數 $f(x) = 3x^3 + 6x^2 + k$ ，其中 k 為實數。選出正確的選項。(多選題)

- (1) 可以找到一個實數 x_1 滿足 $f(x_1) = 2024$
- (2) $y = f(x)$ 的圖形與 x 軸至少有一個交點
- (3) $y = f(x)$ 圖形的對稱軸為直線 $x = -\frac{2}{3}$
- (4) $y = f(x)$ 圖形的對稱中心不在第一象限
- (5) $y = f(x)$ 圖形的對稱中心為 $(0, k)$

3. 若 $f(x) = \frac{1}{10}x + k$ ，則 $\frac{f(113) - f(13)}{5} = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

4. 計算 $13^5 - 9 \times 13^4 - 53 \times 13^3 + 16 \times 13^2 - 41 \times 13 + 48$ 的值，得【 】。

5. 若多項式 $f(x)$ 除以 $x+1$ 的餘式為 -5 ， $f(x)$ 除以 $x-2$ 的餘式為 4 ，則 $f(x)$ 除以 $x^2 - x - 2$ 的餘式為【 】。

6. 設 $f(x)$ 為一多項式，若 $(x-1)f(x)$ 除以 x^2-x+1 的餘式為 $-2x-3$ ，則 $f(x)$ 除以 x^2-x+1 的餘式為【 】。

7. 設 $f(x)$ 是三次多項式，若 $f(-1)=f(2)=0$ ， $f(3)=20$ ， $f(4)=60$ ，則 $f(x)$ 除以 $x-1$ 的餘式為【 】。

8. 若二次函數 $f(x)=ax^2+bx+\frac{1}{a}$ 在 $x=3$ 時有最小值 -8 ，則實數對 $(a,b)=$ 【 】。

9. 已知三次函數 $y=f(x)=2x^3-6x^2-4x+12$ 。

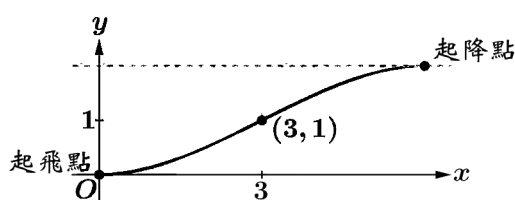
(1) 函數 $y=f(x)$ 圖形的對稱中心坐標為【 】。

(2) 若 $f(x)=a(x+1)^3+b(x+1)^2+c(x+1)+d$ ，
則有序實數對 $(a,b,c,d)=$ 【 】。

(3) 求 $f(-0.999)$ 的值到小數點以下第三位(第四位四捨五入)，
得 $f(-0.999)\approx$ 【 】。

(4) 若函數 $y=f(x)$ 的圖形在 $x=-1$ 附近的局部特徵近似於直線 L ，
則 L 的方程式為【 】。

10. 如圖，假設某飛機由起飛點 $(0,0)$ 起飛的路徑恰好與由起降點降落的路徑相同，差別只在於起飛與降落是沿著相反的方向進行。有一位數學工作者想尋找一個三次函數 $f(x)$ ，讓 $y=f(x)$ 的圖形在這一段剛好與飛行路徑一致，而且飛行路徑的中間點 $(3,1)$ 剛好是該三次函數圖形的「對稱中心」。為了使起飛更加安全，會進一步要求 $f(x)$ 的一次項係數為零。



請根據上述描述，回答下列問題：

(1) 起降點的坐標為【 】。

(2) 此三次函數 $f(x)=$ 【 】。

11. 已知三次函數 $y=f(x)=a(x+1)^3+b(x+1)+c$ ，若 $y=f(x)$ 的廣域特徵圖形近似於 $y=3x^3$ ，且 $y=f(x)$ 在 $x=-1$ 附近的局部特徵圖形近似於直線 $y=4x-3$ ，則有序實數對 $(a,b,c)=$ 【 】。

12. 解下列各不等式：

(1) $-2x^2 + 5x + 3 > 0$ 。答：【 】。

(2) $(9 - x^2)(x^2 + x - 6)(x^2 + x + 2) < 0$ 。答：【 】。

(3) $2x(x+1)(x-2)^3 \geq x(x+1)^2(x-2)^2(x+3)$ 。答：【 】。

13. 坐標平面上，若二次函數 $f(x) = ax^2 + 4ax - 2$ 之圖形恆在直線 $y = 2x - 7a$ 的上方，則實數 a 的範圍為【 】。

14. 若三次不等式 $ax^3 + bx^2 + cx - 6 \leq 0$ 的解為 $-2 \leq x \leq 1$ 或 $x \geq 3$ ，則有序實數對 $(a, b, c) =$ 【 】。

参考答案

1. 1235 2. 124

3. 2

4. 22

5. $3x - 2$

6. $5x - 2$

7. -6

8. $(1, -6)$

9. (1) $(1, 4)$; (2) $(2, -12, 14, 8)$; (3) 8.014 ; (4) $y = 14x + 22$

10. (1) $(6, 2)$; (2) $-\frac{1}{54}x^3 + \frac{1}{6}x^2$

11. $(3, 4, -7)$

12. (1) $-\frac{1}{2} < x < 3$; (2) $x = 2, -1 \leq x \leq 0$; (3) $x > 3, -3 < x < -2$

13. $a > \frac{1}{3}$

14. $(-1, 2, 5)$

5