

台南市台南一中 112 上高二第二次期中考

一、多選題（占 15 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題 5 分。(5-3-1-0)

1. 下列各數哪些為正數？

(1) $\log_{\frac{1}{6}} \frac{1}{5}$

(2) $\log_{\frac{1}{5}} 6$

(3) $\log_5 \frac{6}{5}$

(4) $\log_6 5 - 1$

(5) $\log \pi$

2. 試選出正確的選項。

(1) $\log_a \frac{9}{2} + \log_a \frac{9}{7} = \log_a \left(\frac{9}{2} + \frac{9}{7} \right)$

(2) 若點 $P(4, 7)$ 在函數 $y = \log_a x$ 上，則點 $Q(7, 4)$ 在函數 $y = a^x$ 上

(3) 若點 (r, s) 在函數 $y = \log_3 x$ 上，則點 $(r, s - 1)$ 與點 $(4r, s)$ 所形成的線段與 $y = \log_3 x$ 的圖形有相交

(4) 方程式 $\log x^2 = 112x + 2023$ 有實根

(5) 將 $y = \log_4 x$ 的圖形向左移 3 單位，再向上移 2 單位所得的圖形為 $y = \log_4(16x + 48)$

3. 已知 $\log_a b < -1$ ，試選出正確的選項。

(1) $0 < ab < 1$

(2) $a + b > 1$

(3) $b < a$

(4) $\log_{a^2} b^2 < -1$

(5) $|\log a| < |\log b|$

二、填充題（占 70 分）

說明：第 4 題，每格 2 分；第 5 題至第 15 題，每格 5 分。

4. 試求下列各數對的值

(1) $\log_5 125 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (2) $\log_3 \frac{1}{81} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (3) $\log 100 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(4) $\log_6 6\sqrt{6} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (5) $7^{\log_7 5} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 計算 $\log \frac{4}{25} + \frac{1}{3} \log \frac{1}{64} - \frac{4}{3} \log \sqrt{8} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6. 設 $\log_2 3 = a$ ， $\log_3 7 = b$ ，則 $\log_{14} 6 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。（用 a 、 b 表示）

7. 設 x 為實數，對數 $\log_{x-1} (6x^2 - 5x - 4)$ 有意義，則 x 的範圍為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

8. 解方程式 $9^x - 8 \times 3^x + 7 = 0$ ， $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9. 解方程式 $\log_6 (x-3)^2 - \log_6 (1-x) = 1 + \log_6 \frac{3}{2}$ ，得 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

10. 比較 $a = \sqrt{0.7}$ 、 $b = (0.49)^{-0.75}$ 、 $c = \left(\frac{10}{7}\right)^{-\frac{3}{5}}$ 、 $d = \left(\sqrt{0.3}\right)^{-3}$ 四數的大小關係為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。（由大至小）

11. 解不等式 $\log_{\frac{1}{6}} x + \log_{\frac{1}{6}} (x-2) > -1$ ，得 x 的範圍為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

12. 將 $\left(\sqrt[3]{25}\right)^{-100}$ 表示成小數時：

(1) 從小數點後第 $\underline{\hspace{2cm}}$ 位開始出現不為 0 的數字。

(2) 承 (1)，此不為 0 的數字為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

13. 小新將 10000 元紅包錢存入銀行作定存一年，他看到銀行有兩種方案可供選擇：

A 方案：年利率 12%，每 4 個月單利計息一次。

B 方案：年利率 12%，每半年複利計息一次。

試求這兩種方案利息相差【 】元。

14. 在坐標平面上， Γ 是邊長為 4 的正方形，其中心位在點 $(4, 1)$ ，且各邊與座標軸平行。已知

$y = t \times \log x$ 的圖形與 Γ 相交，其中 t 為實數，若 t 值的最大可能範圍為 $\alpha \leq t \leq \beta$ ，則 $\frac{\beta}{\alpha} =$ 【 】。

15. 直線 $y = k$ 分別與指數函數 $y = a^x$ 與 $y = b^x$ 交於 A 、 B 兩點 (其中 $k > 1$ 且 $a > b > 1$)，直線 $y = 8k$ 分別和指數函數 $y = a^x$ 與 $y = b^x$ 交於 C 、 D 兩點。已知 $\overline{CD} = 8\overline{AB}$ ，若 $k = 2^p$ ，則 p 值為【 】。

三、非選擇題 (占 15 分)

說明：第 16 題至第 17 題。

16. 心理學家曾用數學模型 $F(t) = a \times (1 - 10^{-bt})$ 來描述學生經過 t 星期的學習之後所得到的學習成果 $F(t)$ ，其中 a 、 b 為常數。假設孔乙己一星期後可背熟 64 個單字，兩星期後可背熟 112 個單字。試求：

(1) 10^{-b} 的值為？(3 分)

(2) 三星期後，孔乙己 可背熟多少個單字？(2 分)

17. 坐標平面上，直線 $x = k$ ($k > 0$) 與 $y = \log_2 x$ 、 $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ 的圖形分別交於點 A 、 B ，並以 d_k 表示 A 、 B 兩點的距離，試求：

(1) d_8 的值為？(2 分)

(2) 試比較 d_6 、 d_7 、 $d_{\frac{1}{6}}$ 、 $d_{\frac{1}{7}}$ 四數的大小。(5 分)

(3) 若 r 、 s 、 t 三數皆大於 1，且 r 、 s 、 t 成等比數列，試證明 $\frac{d_r + d_t}{2} = d_s$

参考答案

1. 135 2. 245 3. 245

4. (1) 3 ; (2) -4 ; (3) 2 ; (4) $\frac{3}{2}$; (5) 5

5. -2

6. $\frac{1+a}{1+ab}$

7. $x > \frac{4}{3}$, $x \neq 2$

8. 0 , $\log_3 7$

9. 0 , -3

10. $d > b > a > c$

11. $2 < x < 1 + \sqrt{7}$

12. (1) 47 ; (2) 2

13. 36

14. -3

15.

16. (1) $\frac{3}{4}$; (2) 148

17. (1) 6 ; (2) $d_7 > d_6 > d_{\frac{1}{6}} > d_{\frac{1}{7}}$; (3) 略