

※答案卡上未正確劃記年級、班級、座號，一律扣 5 分！！

一、單選題：(占 10 分)

說明：第 1 題至第 2 題，每題有 4 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 若直線 $L: ax+by=1$ 與圓 $C: x^2+y^2=1$ 有兩個不同的交點，則點 (a,b) 與圓 C 的位置關係為下列哪一個選項？

- (1) 點在圓上 (2) 點在圓內 (3) 點在圓外 (4) 不能確定

2. 在聯立不等式 $\begin{cases} x+3y-6 \leq 0 \\ x-y+2 \geq 0 \end{cases}$ 的解區域內，以原點為圓心的所有圓中，圓面積的最大值為下

- 列哪一個選項？ (1) π (2) 2π (3) $\frac{9}{5}\pi$ (4) $\frac{18}{5}\pi$

二、多選題：(占 36 分)

說明：第 3 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，所有選項均答對者，得 9 分；答錯 1 個選項者，得 7 分；答錯 2 個選項者，得 5 分；答錯 3 個選項者，得 3 分；答錯 4 個選項者，得 1 分；答錯多於 4 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

3. 設坐標平面上有三點 $A(0,0)$ 、 $B(6,8)$ 、 $C(21,0)$ ，試選出正確的選項。

(1) 重心 $(9, \frac{8}{3})$

(2) $\angle ABC$ 的角平分線方程式為 $9x+2y=70$

(3) $\overline{AB}$ 邊上的高所在直線方程式為 $3x+4y=63$

(4) 垂心 $(6, \frac{45}{4})$

(5) $\triangle ABC$ 的外心在三角形的內部

4. 平面上有一圓 $C: (x-3)^2 + (y-4)^2 = 25$ ，其圓心為 M ，另有一點 $P(-3, -1)$ ，且過 P 作圓 C 的兩切線 L_1 、 L_2 ，切點分別為 A 、 B ，試選出正確的選項。

(1) $\overline{PA} = \overline{PB} = 6$

(2) $\overline{AB} = \frac{60}{\sqrt{61}}$

(3) 直線 AB 的斜率為 $-\frac{5}{6}$

(4) 若 L_1 的斜率為正數，則 L_1 的方程式為 $60x - 11y + 169 = 0$

(5) 四邊形 $MAPB$ 的外接圓方程式為 $x^2 + (y - \frac{3}{2})^2 = \frac{61}{2}$

5. 設 C 為坐標平面上的圓，且點 $(-2, 1)$ 在圓 C 的外部、點 $(3, 2)$ 在圓 C 的內部，下列有關圓 C 的敘述哪些正確？

(1) 圓心不可能在第三象限

(2) 圓心可能在第二象限且半徑必大於 4

(3) 圓心可能在第一象限且半徑必小於 10

(4) 圓心可能在 x 軸上且半徑必大於 2

(5) 圓心可能在第四象限且半徑必大於 3

6. 如圖，將圓 $x^2 + y^2 = 16$ 上的弧 MN 沿弦 $\overline{MN}$ 摺返，此摺返的弧與 y 軸相切於 $P(0, 3)$ ，若弧

MPN 所在的圓為圓 C ，試選出正確的選項。

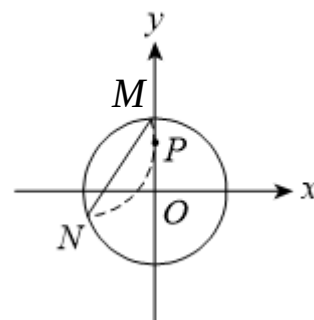
(1) 圓 C 的圓心為 $(-4, 3)$

(2) 圓 C 的方程式為 $x^2 + y^2 + 8x - 6y + 9 = 0$

(3) 原點 O 至 $\overline{MN}$ 的距離為 $\frac{5}{2}$

(4) $\overline{MN}$ 的長為 $\sqrt{39}$

(5) 直線 MN 與 x 軸的交點坐標為 $(-\frac{25}{8}, 0)$



三、選填題：(占 54 分)

說明：1. A 至 I 題，請化為最簡後依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。 2. 每題完全答對給 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 過點 $(3, 2)$ 且兩軸截距和為 10，但兩軸截距不相等的直線方程式為

【 $2x + \textcircled{7}y = \textcircled{8}\textcircled{9}$ 】。

B. 設直線 $L: x - ay = b$ 與圓 $C: x^2 + y^2 - 2x + 2y - 3 = 0$ 相切於點 $A(2, 1)$ ，則數對

$(a, b) = \text{【}(\textcircled{10}\textcircled{11}), \textcircled{12}\text{)】}$ 。

C. 若聯立不等式 $\begin{cases} x \leq my + n (n > 0) \\ x - \sqrt{3}y \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ 在平面上的解區域為三角形及其內部區域，且此三角形的

外接圓的圓心在 x 軸上，則實數 $m = \text{【} \frac{\textcircled{13}\sqrt{\textcircled{14}}}{\textcircled{15}} \text{】}$ 。

D. 如果過點 $(0, 1)$ 且斜率為 k 的直線 L 與圓 $x^2 + y^2 + kx + my - 4 = 0$ 交於 M, N 兩點，且 M, N 關

於直線 $x + y = 0$ 對稱。若聯立不等式 $\begin{cases} kx - y + 1 \geq 0 \\ kx - my \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ 的解區域的面積是 A ，則數對 $(k, A) =$

【 $(\textcircled{16}, \frac{\textcircled{17}}{\textcircled{18}})$ 】。

E. 已知 (x, y) 滿足方程式 $x = \sqrt{1-y^2}$ ，則 $\frac{y+1}{x-2}$ 的最小值為 **【 $\frac{\textcircled{19}\textcircled{20}}{\textcircled{21}}$ 】**。

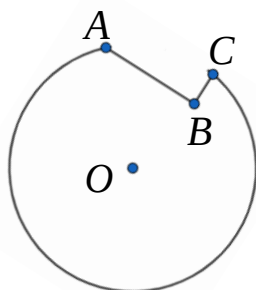
F. 假設坐標平面的 x 軸為鏡面，由點 $A(-2, 3)$ 往 x 軸射出一道光線，打到 x 軸上的點 P 後經由反射(遵循入射角等於反射角定律)打到圓 $C: (x-7)^2 + (y-8)^2 = 9$ 上一點 Q 。已知此道光線從 A 到 P 、再到 Q 是經 x 軸反射後能打到圓 C 的最短路徑，則 P 點的 x 坐標為

【 $\frac{\textcircled{22}}{\textcircled{23}\textcircled{24}}$ 】。

G. $\triangle ABC$ 中已知 $A(6, 0)$ ，若 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的角平分線分別為 $2x-3y+1=0$ 、 $x-2=0$ ，則直線 BC 的方程式為 **【 $3x - \textcircled{25}y = \textcircled{26}\textcircled{27}$ 】**。

H. 已知圓 $x^2 + y^2 = 37$ 的內部有一點 $A(2, 1)$ ，若點 A 為某弦上的一個三等分點，且該弦不在水平線上，則此弦所在的直線方程式為 **【 $\textcircled{28}x - \textcircled{29}y = \textcircled{30}$ 】**。

I. 如圖，一個有缺口的圓形切割工具，圓的半徑為 $5\sqrt{2}$ 公分， $\overline{AB}$ 的長為 6 公分， $\overline{BC}$ 的長為 2 公分， $\angle ABC$ 為直角，則 B 點到圓心 O 的距離為 **【 $\sqrt{\textcircled{31}\textcircled{32}}$ 】** 公分。



市立臺中一中 112 學年度第一學期第一次期中考 高一數學 簡答

一、單選題：(占 10 分)

1.(3) 2.(2)

二、多選題 (占 36 分)

3.(1)(2)(3)(4) 4.(1)(2)(4) 5. (1)(4) 6.(1)(2)(3)(4)(5)

三、選填題 (占 54 分)

A. $2x+3y=12$ B. $(-2,4)$ C. $\frac{-\sqrt{3}}{3}$ D. $(1, \frac{1}{4})$ E. $\frac{-4}{3}$ F. $\frac{5}{11}$ G. $3x-2y=-6$

H. $4x-3y=5$ I. $\sqrt{26}$