

112 學年度第一學期第一次定期考高一數學試題

命題範圍：第一章實數

一、單選題(每題 7 分，共 21 分)

1. a 、 b 為正實數，滿足 $a^2b^3=10^2$ 及 $a^4b^2=10^3$ ，則 $\log a$ 之值為何？

- (1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{5}{8}$ (4) $\frac{2}{3}$ (5) $\frac{5}{3}$

2. 試問有多少個整數 x 滿足 $3|x-2|-2x < 7$ ？

- (1) 12 (2) 13 (3) 14 (4) 15 (5) 無限多個

3. x 、 y 為正實數，已知 $2x+y=5$ ，試求當 $2^{2x}+2^y$ 有最小值時， x 之值為何？

- (1) $\frac{5}{2}$ (2) $\frac{5}{3}$ (3) $\frac{5}{4}$ (4) 1 (5) $\frac{5}{6}$

二、多選題（每題 8 分，共 32 分）

每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 5 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

4. 以下是有關實數的敘述，試選出正確的選項。

- (1) $0.\overline{9}=1$
(2) $\sqrt{5}+\sqrt{6}>3+\sqrt{2}$
(3) 每一個實數都可以在數線上找到它的位置
(4) $\sqrt{4+\sqrt{3}}=\sqrt{3}+1$
(5) 實數恰包含整數、有限小數和循環小數

5. 以下是有關有理數 a 、 b 、 c 的敘述，試選出正確的選項。

(1) 算幾不等式 $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ 成立

(2) $\sqrt{a^2} = a$

(3) 若 $a + b\sqrt{5} = 0$ ，則 $a = b = 0$

(4) 在 a^0 有定義之下， $a^0 = 1$

(5) 若 $ac = bc$ ，則 $a = b$

6. 以下是有關正無理數 a 、 b 、 c 的敘述，試選出正確的選項。

(1) $a + b$ 必為無理數

(2) abc 必為無理數

(3) $\sqrt{a}\sqrt{b}$ 必為無理數

(4) $a^b a^c = a^{b+c}$

(5) 若 $a > b$ ，則 $\log a > \log b$

7. 在地震學中，Gutenberg–Richter law 表達了某地區在某段時間內的地震數量和地震規模之間的關係，表達式如下：

$$\log N = a - bM$$

其中 M 為地震規模， N 表示規模大於等於 M 的地震數量， a 、 b 為常數。

	地震規模 2	地震規模 3	地震規模 4	地震規模 5	地震規模 模 6
2000 年	2358	134	20	3	0
2001 年	1661	163	19	3	0
2002 年	2122	155	21	1	0
2003 年	1120	213	18	0	1
2004 年	1739	235	12	2	0

以上表格為某地區在某五年發生各規模的地震次數，試選出正確的選項。(此表非真實數據，且為簡化運算，地震規模僅採計 2 到 6 的正整數)

(1) 根據表達式可得 $N = \frac{10^a}{10^b 10^M}$

(2) 根據此表，想用表達式表達五年總共的地震數量和地震規模之間的關係，可算出 $a = 6$

(3) 根據此表，想用表達式表達五年總共的地震數量和地震規模之間的關係，可算出 $b = 1$

(4) 根據表達式，在 $a = 6$ 、 $b = 1.2$ 的情況下，地震規模大於等於 4 的地震數量 N 為 $\sqrt[6]{10^5} \approx 7$ 次(四捨五入至整數位)

(5) 根據表達式，在 $a = 5$ 、 $b = 1.5$ 的情況下，地震規模大於等於 3 的地震數量 $N \approx 3$ 次(四捨五入至整數位)

三、填充題(每格 7 分，共 35 分)

8. 將 $0.\overline{23}$ 化成最簡分數為_____。

9. a 、 b 為實數，已知 $a^2 + b^2 = 7$ 及 $ab = 3$ ，試求 $(a+b)^4$ 之值為_____。

10. a 、 b 為實數，已知 $25^a = \sqrt{3} - 1$ 及 $\frac{125^a + 125^{-a}}{5^a + 5^{-a}} = b \cdot 25^a$ ，試求 b 之值為_____。

11. 試解不等式 $2 < |x-1| \leq |2x+3|$ ，並將解用區間符號表示為_____。

12. 令 $\sqrt{12 - \sqrt{80}}$ 的整數部分為 a ，小數部分為 b ，則 $\frac{1}{b + a\sqrt{5}}$ 之值為_____。(需將分母有理化)

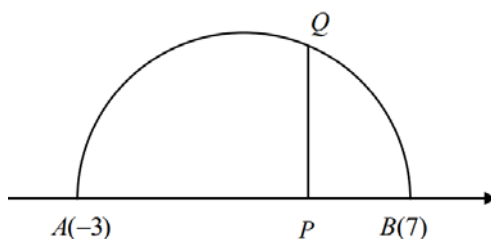
四、混合題或非選擇題(共 12 分)

本部分共有 1 題組，單選題每題 3 分，填充題每題 3 分，非選擇題配分標於題末。

非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

13 - 15 題為題組

如右示意圖，在數線上取 $A(-3)$ 、 $B(7)$ 及 $\overline{AB}$ 上一點 P ，使得 $\overline{AP}:\overline{BP}=3:1$ 。以 $\overline{AB}$ 為直徑作半圓，並在半圓上取一點 Q ，使得 PQ 垂直 $\overline{AB}$ ，試回答下列問題。



13. 試求 P 點坐標為何？(單選題，3 分)

- (1) 4 (2) $\frac{9}{2}$ (3) 5 (4) $\frac{11}{2}$ (5) 6

14. 試求 $\overline{PQ}$ 長度為_____。(填充題，3 分)

15. 已知 $\sqrt{3}$ 為無理數，試利用反證法證明 $\overline{PQ}$ 長度為無理數。(非選擇題，6 分)