

彰化縣彰化女中 112 下高一第一次期中考

一、單選題（占 10 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題 5 分。

1. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足遞迴定義式： $a_1 = -5$ ， $a_{n+1} = a_n + 3$ ，其中 n 為自然數，試選出正確的選項。

- (1) $a_n = 2n + 3$
- (2) $a_n = 3n + 2$
- (3) $a_n = 3n - 8$
- (4) $a_n = -5n + 3$
- (5) $a_n = 2 \times 3^{n-1}$

2. 試選出 $-2 + 4 - 8 + 16 - 32 + \cdots + 4096$ 之值。

- (1) 1365
- (2) 2731
- (3) 5462
- (4) 1366
- (5) 2730

二、多選題（占 10 分）

說明：第 3 題至第 4 題，每題 5 分。(5-3-1-0)

3. 下列各組數據，試問何者標準差最小？

- (1) 1、2、3、4、5
- (2) 1、1、3、5、5
- (3) 2、2、3、4、4
- (4) 5、6、7、8、9
- (5) 6、6、7、8、8

4. 某班有 40 名學生，已知某次考試成績全班的平均分數 65，最高分為 95 分，最低分為 35 分。欲將全班學生成績做線性調整（調整後分數 $= b + a \times$ 原始分數，其中 $a > 0$ ）使得最高分為 100 分最低分為 60。試選出正確的選項。

- (1) 調整後分數的平均值較原始分數的平均值高 15 分
- (2) 調整後分數的中位數和原始分數的中位數一樣
- (3) 調整後分數的中位數較原始分數的中位數高 15 分
- (4) 調整後分數的變異數和原始分數的變異數一樣
- (5) 調整後分數的標準差較原始分數的標準差小

三、填充題（占 70 分）

說明：第 5 題至第 13 題，每格 5 分。

5. $3 \times 5 + 5 \times 7 + \cdots + 49 \times 51 = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

6. (1) 有一個等差數列的第 30 項是 50，第 15 項是 140，
試求第 40 項的值【 】。

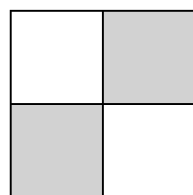
(2) 設 $\langle a_n \rangle$ 為等比數列，若 $a_4 = 12, a_{10} = 324$ ，則 $a_2 = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

7. (1) 已知一等差級數共有 20 項，其首項為 4，公差為 3，
試求此級數的和【 】。

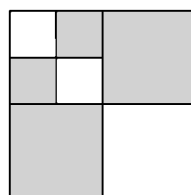
(2) 試求等比級數 $64 - 96 + 144 - \cdots - 486$ 的和【 】。

8. 設數列的前 n 項和 $S_n = n^2 + 3n - 2$ ，試求第 n 項 $a_n = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

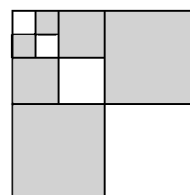
9. 已知一個邊長為 1 的正方形，先將其等分成 4 個相同的小正方形，並將右上角和左下角的兩個正方形塗色，如第 1 圖中左上角的小正方形等分成 4 個更小的正方形，並將右上角和左下角兩個正方形塗色，如第 2 圖，依照這樣規律作成若干圖形。設 a_n 是第 n 個圖形中白色區域的面積，試求 $a_5 = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。



第1圖



第2圖



第3圖

10. 假設數值資料 X 中包含 250 個數據，其排序如下： $x_1 = 101$ ， $x_2 = 102$ ， $x_3 = 103$ ， $x_4 = 104$ ， $x_5 = 105$ ， $\dots$ ， $x_k = 100 + k$ ， $\dots$ ， $x_{250} = 350$ ，試求：

(1) 第 7 百分位數 $P_7 =$ 【 】。

(2) 第 80 百分位數 $P_{80} =$ 【 】。

11. 已知 5 個數據皆為整數如下：20，30，35，40 及 x ，若此 5 個數的算術平均數與中位數相等，則 x 的可能值為何？【 】。(兩解)

12. 某大學教授所開的一門課有 20 位同學選修，上課時間排在早上第一和第二堂，8：10 開始上課。老師發現上課準時出席的同學變少時，天氣溫度通常比較低；為了解情況，把準時出席的學生人數和早上七點的溫度 ($^{\circ}\text{C}$) 記錄下來，得到以下數據：(人數為 x ，溫度為 y)：(5, 13)、(2, 8)、(8, 14)、(3, 11)、(7, 14)，則：

(1) 試求溫度對人數的迴歸直線

(2) 當準時出席的學生人數為 10 人，試以迴歸直線預估早上七點的溫度 ($^{\circ}\text{C}$)?

【 】。(四捨五入至整數位)

13. 某班有 40 位同學，某次數學考試之成績，經計算得算術平均數 50 分，標準差 2 分。後來發現成績登錄有誤，甲得 20 分卻誤記為 60 分，試求經更正後的

(1) 平均分數【 】。

(2) 標準差【 】。

三、證明題 (占 10 分)

說明：第 14 題至第 15 題。

14. 試以數學歸納法證明 $1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$ 。(7 分)

15. 若一數列 $\langle a_n \rangle$ 為等差數列又為等比數列，試說明 $\langle a_n \rangle = \langle a \rangle$ ， a 為實數且 $a \neq 0$ 。(3 分)

参考答案

1. 3 2. 5

3. 35 4. 15

5. 22072

6. (1) -10 ; (2) 4

7. (1) 650 ; (2) -266

$$8. \begin{cases} a_1 = 2 \\ a_n = 2n + 2, n \geq 2 \end{cases}$$

$$9. \frac{171}{512}$$

10. (1) 118 ; (2) 300.5

11. 30 , 35

12. (1) $y = \frac{12}{13}x + \frac{96}{13}$; (2) 17

13. (1) 49 ; (2) $\sqrt{23}$

14. 略

15. 略