

台北市成功高中 112 上高二期末考

填充題（占 100 分）

說明：第 1 題至第 18 題，每小題 5 分。

1. 已知 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 是兩個不平行的非零向量，且實數 x, y 滿足 $x(3\vec{a} - 2\vec{b}) - y(2\vec{a} - \vec{b}) = 8\vec{a} - 3\vec{b}$ ，則數對 $(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2. 設 $A(-3, 2), B(2, -3)$ ， P 點在線段 $\overline{AB}$ 上，若 $\overline{AP} : \overline{PB} = 2 : 3$ ，則 P 點坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
3. 設 $A(4, 3), B(7, 4), C(2, 5)$ ，試求 $\overrightarrow{AB}$ 在 $\overrightarrow{AC}$ 方向上的正射影為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
4. 設 $\vec{a} = (4, -3), \vec{b} = (-1, 2)$ ， t 為實數，求 $|\vec{a} - t\vec{b}|$ 的最小值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
5. 若 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 3$ ， $\begin{vmatrix} e & f \\ c & d \end{vmatrix} = -1$ ，則 $\begin{vmatrix} a - 2e & b - 2f \\ 4c & 4d \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
6. 若 $A(3, 2), B(5, -3), C(2 - k, 2k + 1)$ 三點共線，則 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
7. 設正方形 $ABCD$ 之邊長為 3，點 E, F 分別為 $\overline{BC}$ 上之三等分點，則內積 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AF} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
8. 試求方程組 $\begin{cases} 2020x + 2024y = 6 \\ 2021x + 2023y = 3 \end{cases}$ 的解 $(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
9. 若兩直線 $L_1 : x + 2y + 2023 = 0$ 與 $L_2 : 3x + y - 2024 = 0$ 之夾角為 θ ，則 $\theta = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
10. 已知 $|\vec{a}| = 7, |\vec{b}| = 8, |\vec{c}| = 9$ ，且 $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ ，則 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
11. 設 P 為 $\triangle ABC$ 內部的一點，且 $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ ，若 $\overrightarrow{AP}$ 與 $\overline{BC}$ 交於一點 M ，令 $\overrightarrow{AM} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AC}$ ，其中 α, β 為實數，則數對 $(\alpha, \beta) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

12. 設 a, b 為正實數，試求 $(\sqrt{a} + \sqrt{b}) \left(\frac{9}{\sqrt{a}} + \frac{16}{\sqrt{b}} \right)$ 的最小值為【 】。

13. 平面上有兩向量 $\vec{a}, \vec{b}$ ，已知 $2\vec{a} + \vec{b}, 3\vec{a} - 4\vec{b}$ 所張成的平行四邊形面積為 88，則 $\vec{a}, \vec{b}$ 所張成的平行四邊形面積為【 】。

14. 設 $\triangle ABC$ 中， $\overline{BC} = 5$ 、 $\overline{CA} = 6$ 、 $\overline{AB} = 7$

(1) 若 H 為 $\triangle ABC$ 之垂心，則內積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} =$ 【 】。

(2) 若 O 為 $\triangle ABC$ 之外心，則內積 $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{AO} =$ 【 】。

15. 設 $|\vec{a}| = 1$ 、 $|\vec{b}| = 1$ ，若向量 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 之夾角為 60° ，

且 θ 為 $\vec{a} - \vec{b}$ 與 $\vec{a} - 2\vec{b}$ 的夾角，則 $\cos \theta =$ 【 】。

16. 若聯立方程式 $\begin{cases} a_1x - b_1y = c_1 \\ a_2x - b_2y = c_2 \end{cases}$ 的解為 $\begin{cases} x = 4 \\ y = -9 \end{cases}$ ，試求聯立方程式 $\begin{cases} 2a_1x + 3b_1y = -c_1 \\ 2a_2x + 3b_2y = -c_2 \end{cases}$ 的解

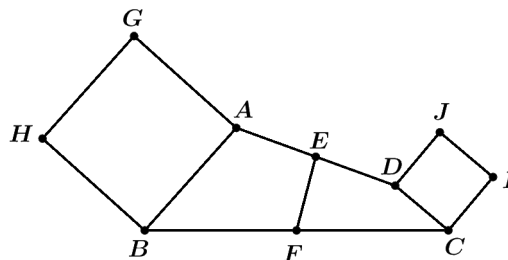
$(x, y) =$ 【 】。

17. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 4$ 、 $\overline{BC} = 5$ 、 $\overline{CA} = 6$ ，若 G 與 I 分別為 $\triangle ABC$ 的重心與內心，則

(1) 若向量 $\overrightarrow{GI} = r\overrightarrow{AB} + s\overrightarrow{AC}$ ，則數對 (r, s) 為【 】。

(2) 求長度 $\overline{GI}$ 之值為【 】。

18. 如圖，四邊形 $ABCD$ 中，設 $\angle BAD = 110^\circ$ ， $\angle ADC = 160^\circ$ ，且 E, F 分別為 $\overline{AD}, \overline{BC}$ 的中點，滿足長度 $|\overrightarrow{EF}| = 2$ ，以 $\overline{AB}, \overline{CD}$ 為邊分別向外做正方形 $ABHG$ 與 $DCIJ$ ，若正方形 $ABHG$ 與正方形 $DCIJ$ 的面積分別為 a, b ，則 $a + b =$ 【 】。



参考答案

1. $(-2, -7)$

2. $(-1, 0)$

3. $(1, -1)$

4. $\sqrt{5}$

5. 20

6. -7

7. 11

8. $\left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$

9. $45^\circ, 135^\circ$

10. -16

11. $\left(\frac{3}{8}, \frac{5}{8}\right)$

12. 49

13. 8

14. (1) 30 ; (2) $\frac{13}{2}$

15. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

16. $(-2, -3)$

17. (1) $\left(\frac{1}{15}, -\frac{1}{15}\right)$; (2) $\frac{1}{3}$

18. 16