

台南市台南女中 112 上高二第一次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 83 分）

一、單選題（占 15 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題 5 分。

1. 已知 $a = \cos^2 2 - \sin^2 2$ ， $b = 2 \cos 2 \sin 2$ ， $c = \tan 4$ ， $d = \frac{2c}{1 - c^2}$ ，則 a 、 b 、 c 、 d 大小關係為何？

- (1) $d > a > b > c$
- (2) $d > c > a > b$
- (3) $c > b > a > d$
- (4) $c > a > b > d$
- (5) $b > a > c > d$

2. $e = \sin \frac{11}{2}$ ，則下列哪一個選項正確？

- (1) $-1 < e < -\frac{\sqrt{3}}{2}$
- (2) $-\frac{\sqrt{2}}{2} < e < -\frac{\sqrt{3}}{2}$
- (3) $-\frac{\sqrt{2}}{2} < e < 0$
- (4) $0 < e < \frac{\sqrt{3}}{2}$
- (5) $\frac{\sqrt{3}}{2} < e < 1$

3. 方程式 $5 \cos \left(x - \frac{\pi}{2} \right) - x = 0$ 有幾個實數解？

- (1) 0
- (2) 1
- (3) 2
- (4) 3
- (5) 4

二、多選題（占 18 分）

說明：第 4 題至第 6 題，每題 6 分。(6-4-2-0)

4. 下列哪些圖形可以由 $y = \sin x$ 的圖形僅經過上下或左右平移得到？

- (1) $y = -\cos x$
- (2) $y = \sin x + \cos x$
- (3) $y = 2 \sin^2 \frac{x}{2} + 2 \cos x$
- (4) $y = \sin 2x$
- (5) $y = \sin 137^\circ \cos x - \cos 47^\circ \sin x$

5. 已知 $\sin \theta = -\frac{4}{5}$ 且 $\cos \theta < 0$ ，請問下列哪些選項是正確的？

- (1) $\tan \theta > 1$
- (2) $\tan \frac{\theta}{2} > 1$
- (3) $\sin \frac{\theta}{2} < 0$
- (4) $\cos \frac{\theta}{2} > 0$
- (5) 標準位置角 2θ 與 θ 的終邊位在不同的象限

6. 設函數 $y = f(x) = \sin^2 x + 2 \cos x \sin x + 3 \cos^2 x$ ，則下列敘述哪些正確？

(1) $y = f(x)$ 的函數圖形週期為 $\frac{\pi}{2}$

(2) 若 $0 < x < \pi$ ， $f(x)$ 的最大值為 $2 + 2\sqrt{2}$

(3) 若 $0 < x < \pi$ ， $f(x)$ 的最小值時，則 $x = \frac{5\pi}{8}$

(4) 直線 $x = \frac{7\pi}{8}$ 為 $y = f(x)$ 圖形的對稱軸

(5) $y = \sin 2x$ 的圖形向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 可與 $y = f(x)$ 的圖形完全重合

三、填充題（占 50 分）

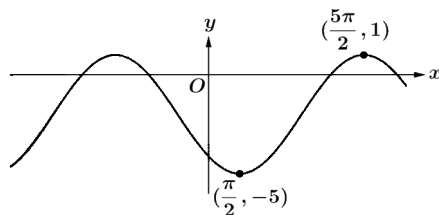
說明：第 7 題至第 16 題，每題 5 分。

7. 設 $a = \cos \frac{46}{45}\pi$ ， $b = \sin \frac{14}{45}\pi$ ，計算 $a\sqrt{1-b^2} + b\sqrt{1-a^2} = \frac{\textcircled{7-1}\textcircled{7-2}}{\textcircled{7-3}}$ 。

8. 已知 $\tan \theta = -\frac{1}{3}$ ，求 $4 \cos 2\theta - 3 \sin 2\theta + \tan 2\theta = \frac{\textcircled{8-1}\textcircled{8-2}}{\textcircled{8-3}}$ 。

9. 右圖為函數 $y = a \sin(bx - c) + d$ 的圖形，其中 $a > 0$ ， $b > 0$ 且 $0 < c < \pi$ ，則數對 (a, b, c, d)

$= \left(\textcircled{9-1}, \frac{\textcircled{9-2}}{\textcircled{9-3}}, \frac{\textcircled{9-4}\pi}{\textcircled{9-5}}, \textcircled{9-6}\textcircled{9-7} \right)$ 。



10. 如果已知一扇形的周長為 20 公分，則當半徑為 r 公分時，此扇形有最大面積 M 平方公分，試問數對 $(r, M) = (\textcircled{10-1}, \textcircled{10-2}\textcircled{10-3})$ 。

11. 若直線 $L: x - 2y = 0$ 為直線 $M: 3x - 4y = 0$ 與直線 M' 的銳角平分線，試求 M' 的斜率為

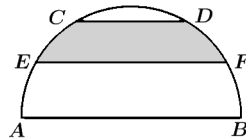
$$\frac{\textcircled{11-1}}{\textcircled{11-2} \textcircled{11-3}}。$$

12. 設 $1 \leq x \leq \frac{7\pi}{6}$ ， $y = 3\sin x + \cos 2x - 2$ 的最大值為 M ，最小值為 m ，則數對

$$(M, m) = \left(\frac{\textcircled{12-1}}{\textcircled{12-2}}, \textcircled{12-3} \textcircled{12-4} \right)。(以最簡分數表示)$$

13. 如右圖所示，以 $\overline{AB} = 8$ 單位為直徑畫一半圓，二弦 $\overline{CD}$ 、 $\overline{EF}$ 均平行於直徑 $\overline{AB}$ ，已知

$$\overline{EF} = \sqrt{3}\overline{CD} = \frac{\sqrt{3}}{2}\overline{AB}，則灰色部分的面積為 \frac{\textcircled{13-1}\pi}{\textcircled{13-2}} 平方單位。$$



14. 設銳角三角形 ABC 的外接圓圓心為 O ，且 $\overline{BC} = 8$ 單位，點 O 到 $\overline{BC}$ 與 $\overline{AB}$ 的距離均為 3 單位，

$$則 \cos C = \frac{\textcircled{14-1}}{\textcircled{14-2}}。$$

15. 在 $\pi \leq x \leq 2\pi$ 的範圍內， $\sin x - \cos x \leq \frac{-\sqrt{2}}{2}$ 的解為 $\alpha\pi \leq x \leq \beta\pi$ ，則數對

$$(\alpha, \beta) = \left(\frac{\textcircled{15-1} \textcircled{15-2}}{\textcircled{15-3} \textcircled{15-4}}, \textcircled{15-5} \right)。(以最簡分數表示)$$

16. 已知以原點 O 為圓心的單位圓上有 $A\left(\frac{1}{3}, \frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$ 、 $B\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 兩點，若點 C 在圓上且將劣弧 AB 等分（即 $AC = BC$ ），則點 C 的 x 座標為 $\frac{\sqrt{\textcircled{16-1}} - \textcircled{16-2}}{\textcircled{16-3}}$ 。

（以最簡分數表示）

第貳部分：混合題（占 17 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

17 — 19 題組

若函數 $y = f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right) - \cos x$ ，試回答下列問題：

17. 如果 $y = f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right) - \cos x = a \cos(x + \theta)$ ，其中 $a > 0$ 且 $0 \leq \theta < 2\pi$ ，則數對 $(a, \theta) = ?$ （非選擇題，5 分）

18. 在 $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$ 的範圍內， $y = f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right) - \cos x$ 在 $x = t$ 的時候有最大值 $f(t) = M$ ，則數對 $(t, M) = ?$ （非選擇題，6 分）

19. 在 $-2\pi \leq x \leq \pi$ 的範圍內，求 $y = f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right) - \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 的解 x ？（非選擇題，6 分）

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 4 2. 3 3. 4

4. 135 5. 125 6. 3

7. $-\frac{1}{2}$ 8. $\frac{17}{4}$ 9. $\left(3, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}\pi, -2\right)$ 10. (5, 25)

11. $\frac{7}{24}$ 12. $\left(\frac{1}{8}, -3\right)$ 13. $\frac{8}{3}\pi$ 14. $\frac{3}{5}$

15. $\left(\frac{17}{12}, 2\right)$ 16. $\frac{\sqrt{6}-3}{6}$

第貳部分：混合題

17. $\left(1, \frac{2\pi}{3}\right)$ 18. $\left(\frac{4\pi}{3}, 1\right)$ 19. $-\frac{5\pi}{6}, -\frac{\pi}{2}$