

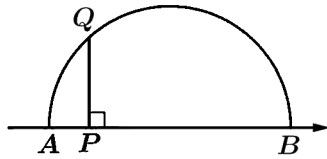
台北市師大附中 112 上高一第一次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 93 分）

一、單選題（占 10 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題 5 分。

1. 如圖，數線上有 $A(\pi-2)$ 、 $B(\pi+4)$ 兩點，以 $\overline{AB}$ 為直徑作半圓，設 P 為直徑上一點（ $\overline{AP} < \overline{PB}$ ）， Q 為圓上一點， $\overline{PQ}$ 垂直 $\overline{AB}$ ，已知 $\overline{PQ} = \sqrt{5}$ ，則 P 點坐標為何？



- (1) $\pi - 1$
- (2) $\pi + 1$
- (3) 1
- (4) $\pi - 2 + \sqrt{5}$
- (5) $\pi + 3$

2. 已知 $A = \frac{\pi + \sqrt[3]{2}}{2}$ ， $B = \frac{2\pi + 3\sqrt[3]{2}}{5}$ ， $C = \frac{6\pi + \sqrt[3]{2}}{7}$ ， $D = \sqrt[3]{2}\pi$ ，試比較 A, B, C, D 的大小關係為何？

- (1) $D > C > B > A$
- (2) $D > C > A > B$
- (3) $D > B > A > C$
- (4) $C > A > B > D$
- (5) $A > B > C > D$

二、多選題（占 18 分）

說明：第 3 題至第 5 題，每題 6 分。（6-4-2-0）

3. 請選出正確的選項。

- (1) 若 a, b 皆為無理數，則 ab 必為無理數
- (2) 若 $a + b$ 為無理數，則 a, b 至少有一個數為無理數
- (3) 若 a^2, a^6 皆為有理數，則 a^{2023} 必為有理數
- (4) 若 $a + b, b + c, c + a$ 均為有理數，則 a, b, c 均為有理數
- (5) 若 a, c 為有理數且 $ac \neq 0$ ， b, d 為無理數，則 $ab + cd$ 可為有理數

4. 請選出正確的選項。

- (1) 1.614×10^{2023} 為 2024 位數
- (2) $\log 0.01614$ 介於 -2 和 -1 之間
- (3) 若 $\log 1632 = 3.2127$ ，則 $10^{2+\log 1632} = 321.27$
- (4) 若 $\log 1632 = 3.2127$ ，則 $\log 0.1632 = -0.2127$

(5) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\log 1610} < \left(\frac{1}{2}\right)^{\log 1632}$

5. 若 a 為正實數，且 $a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = 3$ ，請選出正確的選項。

- (1) $a + a^{-1} = 7$
- (2) $a^2 + a^{-2} = 51$
- (3) $a^{\frac{1}{2}} - a^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$
- (4) $a^{\frac{3}{2}} + a^{-\frac{3}{2}} = 18$
- (5) $a = \frac{7 \pm 3\sqrt{5}}{2}$

三、填充題（占 65 分）

說明：第 6 題至第 18 題，每題 5 分。

6. 試化簡 $\sqrt{5 - 2\sqrt{6}} = \sqrt{\textcircled{6-1}} - \sqrt{\textcircled{6-2}}$ 。

7. 試化簡 $\frac{\sqrt[5]{16} \times (2^{0.8})^4}{8^{\frac{1}{3}}} = \underline{\textcircled{7-1}}$ 。

8. 試化簡 $10^{\log 3} \times \log 10\sqrt{10} - \log 1 = \frac{\textcircled{8-1}}{\textcircled{8-2}}$ 。

9. 數線上有 A, B 兩點，坐標依序為 $0.\overline{4}$ 、 $1.\overline{23}$ ，若 P 點為 $\overline{AB}$ 上一點，

且 $\overline{AP} : \overline{PB} = 7 : 6$ ，則 P 點坐標為 $\frac{\textcircled{9-1}}{\textcircled{9-3}} \frac{\textcircled{9-2}}{\textcircled{9-4}}$ 。

10. 已知 r, s 為有理數，而且 $\frac{3+\sqrt{2}}{10} + \frac{7}{3-\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{11+6\sqrt{2}}}{5} = r + s\sqrt{2}$ ，

則 $r + s = \underline{\textcircled{10-1}.\textcircled{10-2}}$ 。

11. 若將 $\left(\frac{1}{3}\right)^{50}$ 以科學記號表示： $\left(\frac{1}{3}\right)^{50} = a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq a < 10$ ， n 為整數，

則 $n = \underline{\textcircled{11-1}\textcircled{11-2}\textcircled{11-3}}$ 。

12. 若絕對值不等式 $|ax + 2| > b$ 的解為 $x < -4$ 或 $x > 6$ ，

則數對 $(a, b) = (\textcircled{12-1}\textcircled{12-2}, \textcircled{12-3}\textcircled{12-4})$ 。

13. 已知 $a = 2.8 \times 10^{-6}$ 、 $b = 7.5 \times 10^{-5}$ ，將 $\frac{ab}{a+b}$ 化為科學記號 $m \times 10^n$ ，

並以兩位有效數字表示，其中 $1 \leq m < 10$ 且 n 為整數，

試求數對 $(m, n) = (\textcircled{13-1}.\textcircled{13-2}, \textcircled{13-3}\textcircled{13-4})$ 。

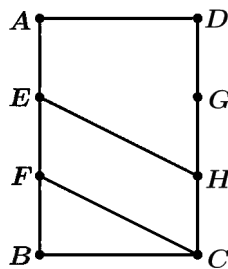
14. 已知 $a^{2x} = \sqrt{3} + 2$ ，求 $\frac{a^{3x} + a^{-3x}}{a^x - a^{-x}} = \textcircled{14-1}\sqrt{\textcircled{14-2}}$ 。

15. 已知 x 為實數，試求 $\sqrt{x^2 + 2\sqrt[3]{2}x + \sqrt[3]{4}} + \sqrt{x^2 - 4\sqrt[3]{2}x + \sqrt[3]{256}}$

的最小值為 $\textcircled{15-1}\sqrt[3]{2}$ 。

16. 英國科學家法蘭西斯·蒲福 (Francis Beaufort) 於 1805 年根據風對地面物體或海面的影響程度而定出的風力等即稱為蒲福風級。風速 $V(m/s)$ 與風級 B 的關係式為： $V = k \times B^{\frac{3}{2}}$ ，其中 k 為常數。已知四級風的平均風速為每秒 6.688 公尺。台灣附近有一颱風，若其中心附近平均風速為每秒 22.572 公尺，則此颱風為 16-1 級風。

17. 用一條長 60 公尺的繩子圍成長方形 $ABCD$ ，在 $\overline{AB}$ ， $\overline{CD}$ 上取三等分點 E 、 F 和 G 、 H ，連接 $\overline{EH}$ 、 $\overline{FC}$ ，如圖所示，已知當 $\frac{\overline{AD}}{\overline{AE}} = r$ 時，四邊形 $EFCH$ 的面積最大，最大面積為 M ，則數對 $(r, M) = (\underline{17-1}, \underline{17-2}, \underline{17-3})$ 。



18. 國際上常用芮氏地震規模等級來衡量地震釋放出的能量，地震學家 Charles Francis Richter 和 Beno Gutenberg 找出芮氏地震規模 (R) 與所釋出能量 (E) 之間的關係式為 $\log E = 1.5R + 11.8$ 。今有兩次地震所釋放的能量分別是 5 級地震的 $\frac{1}{1000}$ 倍與 2000 倍，則這兩次地震規模依序為 (18-1), (18-2), (18-3)。(四捨五入至小數點後第一位)

第貳部分：混合題 (占 16 分)

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液 (帶)。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

19 — 20 題組

已知數線上有相異四點 $A(-2)$ 、 $B(x)$ 、 $C(4)$ 、 $D(3x-2)$ ，滿足 $\overline{AB} + 2\overline{CD} = 8$ ，試問：

19. 請寫出滿足此關係的絕對值方程式。(非選擇題，1 分)

20. 試求 x 的值。(非選擇題，6 分)

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 1

2. 2

3. 245

4. 12

5. 145

6. $\sqrt{3} - \sqrt{2}$

7. 8

8. $\frac{9}{2}$

9. $\frac{86}{99}$

10. 3.6

11. -24

12. $(-2, 10)$

13. $(27, -6)$

14. $3\sqrt{3}$

15. 3

16. 9

17. $(3, 75)$

18. $(3, 7.2)$

第貳部分：混合題

19. $|x + 2| + 2|3x - 6| = 8$

20. $x = \frac{18}{7}, \frac{6}{5}$