

台中市明道高中 112 上高二第二次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 88 分）

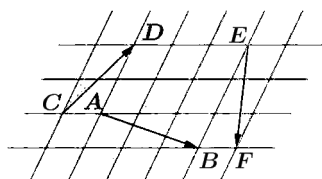
一、單選題（占 28 分）

說明：第 1 題至第 7 題，每題 4 分。

1. 已知 $\vec{a} = (1, 3)$ 、 $\vec{b} = (2, -1)$ 、 $\vec{c} = (2, -3)$ ，則 $\vec{a} \cdot (2\vec{b} - 3\vec{c}) = ?$

- (1) -16
- (2) 17
- (3) -18
- (4) 19
- (5) -20

2. 如圖所示，圖中格線是由兩組等間距的平行線構成，每個小平行四邊形都是全等，若 $\overrightarrow{AB} = m\overrightarrow{CD} + n\overrightarrow{EF}$ ，則 $m - n = ?$



- (1) $\frac{1}{5}$
- (2) $\frac{2}{5}$
- (3) $-\frac{1}{5}$
- (4) $-\frac{2}{5}$
- (5) 3

3. 直線 L_1 通過點 $(1, 0)$ ，法向量 $(2, 0)$ 。直線 L_2 通過點 $(0, 3)$ ，方向向量 $(4, 0)$ 。設直線 L_1 與直線 L_2 交點坐標 (a, b) ，則 $a + b = ?$

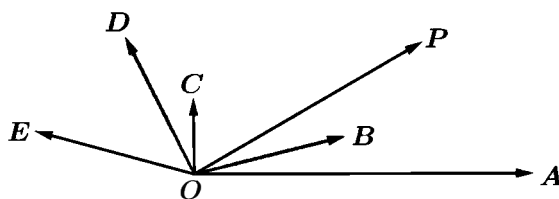
- (1) 1
- (2) 2
- (3) 3
- (4) 4
- (5) 5

4. 設 x 為實數，則 $|3x - 5| + |6 + 3x|$ 的最小值為何？

- (1) 15
- (2) 11
- (3) 10
- (4) 4
- (5) 1

5. 如圖所示， $\overrightarrow{OP}$ 在下列哪一個向量上的正射影長度最長？

- (1) $\overrightarrow{OA}$
- (2) $\overrightarrow{OB}$
- (3) $\overrightarrow{OC}$
- (4) $\overrightarrow{OD}$
- (5) $\overrightarrow{OE}$



6. 設行列式： $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 5$ ，則 $\begin{vmatrix} 2a + 3b & 3a + 2b \\ 2c + 3d & 3c + 2d \end{vmatrix} = ?$

- (1) -25
- (2) 25
- (3) -50
- (4) 50
- (5) 40

7. 已知 $\vec{a} = (1, 3)$ 、 $\vec{b} = (3, 1)$ ，下列何者為 $\vec{b}$ 在 $\vec{a}$ 上的正射影？

(1) $\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$

(2) $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$

(3) $\left(\frac{2}{7}, \frac{4}{7}\right)$

(4) $\left(\frac{3}{5}, \frac{9}{5}\right)$

(5) $\left(\frac{2}{9}, \frac{4}{9}\right)$

二、多選題（占 20 分）

說明：第 8 題至第 11 題，每題 5 分。(5-3-1-0)

8. 設 A 、 B 、 C 、 P 為坐標平面上相異四點，下列哪些選項中的等式足夠推論 A 、 B 、 C 三點共線？

(1) $\vec{AB} = \vec{PC}$

(2) $\vec{PA} = -\frac{2}{5}\vec{PB} - \frac{3}{5}\vec{PC}$

(3) $\vec{PA} = -2\vec{PB} + 3\vec{PC}$

(4) $\vec{PA} = \frac{2}{5}\vec{PB} + \frac{3}{5}\vec{PC}$

(5) $\vec{PA} = \frac{4}{7}\vec{PB} + \frac{3}{7}\vec{PC}$

9. 已知 $\vec{a} = (1, 1)$ 、 $\vec{b} = (2, 2)$ ，下列哪些敘述是正確的？

- (1) 若 $\vec{c} = (3, 3) = x\vec{a} + y\vec{b}$ ，則 (x, y) 恰有一組解 $(1, 1)$
- (2) 若 $\vec{d} = (-4, 3)$ ，則 $\vec{d}$ 無法寫成 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 的線性組合
- (3) 設 $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} = \gamma\vec{a} + \delta\vec{b}$ 且 $\alpha \neq \gamma$ ，則 $\beta \neq \delta$
- (4) 設 $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} = \gamma\vec{a} + \delta\vec{b}$ 且 $\alpha = \gamma$ ，則 $\beta = \delta$
- (5) 設 $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} = \gamma\vec{a} + \delta\vec{b}$ 且 $\alpha = \beta$ ，則 $\gamma = \delta$

10. 設坐標平面上 O 為原點，已知 $\vec{a} = (4, -2)$ 、 $\vec{b} = (-1, 3)$ 。令 $\overrightarrow{OP} = x\vec{a} + y\vec{b}$ ， $x, y \in \mathbb{R}$ 。下列哪些敘述是正確的？

- (1) $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 所決定的平行四邊形面積為 10
- (2) 若 $x = 5$ ， y 為任意數，則所有 P 點所形成的圖形為一直線
- (3) 若 $x + y = 2$ 或 3，則所有 P 點所形成的圖形為兩條平行直線
- (4) 若 $x + y = 2$ ，而且 $2 \leq x \leq 5$ ，則所有 P 點所形成的圖形為一平行四邊形
- (5) 若 $2 \leq x \leq 5$ ， $4 \leq y \leq 6$ ，則所有 P 點所形成的區域面積為 30

11. 有一等腰 $\triangle ABC$ ，其底邊 $\overline{BC}$ 在直線 $x + y = 10$ 上，一腰 $\overline{AB}$ 在直線 $2x - y = 2$ 上，另一腰 $\overline{AC}$ 上有一點 $P(3, -5)$ 。下列哪些敘述是正確的？

- (1) $\cos \angle ABC = \frac{1}{\sqrt{10}}$
- (2) 點 B 坐標 $(2, -8)$
- (3) 點 A 坐標 $(-7, -10)$
- (4) 點 C 坐標 $(11, -1)$
- (5) $\cos \angle BAC = \frac{3}{5}$

三、填充題（占 40 分）

說明：第 12 題至第 19 題，每題 5 分。

12. 坐標平面上三條直線， $L_1: \begin{cases} x = 8 \\ y = 5 - 4r \end{cases}, r \in \mathbb{R}$ ， $L_2: \begin{cases} x = 5 + s \\ y = 1 - s \end{cases}, s \in \mathbb{R}$ ，

$L_3: \begin{cases} x = 5 + t \\ y = 1 + 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ ，三條直線圍成三角形面積為 $\frac{\textcircled{12-1} \textcircled{12-2}}{\textcircled{12-3}}$ 。

13. 已知 $\triangle ABC$ 中 $\overline{AB} = 6$ 、 $\overline{BC} = 5$ 、 $\overline{CA} = 3$ ，則 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = \textcircled{13-1} \textcircled{13-2}$ 。

14. 已知 x 、 y 為實數，且滿足 $4x^2 + 9y^2 = 20$ ，則 $8x - 6y$ 的最小值為 $\textcircled{14-1} \textcircled{14-2} \textcircled{14-3}$

15. 設 G 是 $\triangle ABC$ 的重心， $\overline{AG} = 3$ ，則 $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{CG} = \textcircled{15-1} \textcircled{15-2}$ 。

16. 設 $A(5, -1)$ 、 $B(1, -3)$ 與 C 、 D 為坐標平面上相異四點，已知 $\overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{AC}$ ， $\overrightarrow{BD} = -2\overrightarrow{CB}$ ，則點 D 坐標為 $(\textcircled{16-1} \textcircled{16-2}, \textcircled{16-3})$ 。

17. 已知 $\triangle ABC$ 內一點 P 滿足 $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$ ，設直線 $\overleftrightarrow{AP}$ 與 $\overline{BC}$ 交於點 Q ，

$\overrightarrow{AP} = t\overrightarrow{AQ}$ ，則 $t = \frac{\textcircled{17-1}}{\textcircled{17-2}}$ 。

18. 已知 $\vec{a} = (1, 7)$ 、 $\vec{b} = (3, -3)$ ，若 $\vec{a} + t\vec{b}$ 平分 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 的夾角，則 $t = \frac{\textcircled{18-1}}{\textcircled{18-2}}$ 。

19. 已知 $t \geq 0$ ， $|\vec{a}| = 4$ ，設 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 夾角為 θ ，若 $|\vec{a} + t\vec{b}|$ 的最小值為 2，

則 $\theta = \frac{(19-1)\pi}{(19-2)}$ 弧度。

第貳部分：混合題（占 12 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

20 – 21 題組

設 k 為實數，請依據聯立方程組
$$\begin{cases} (2-k)x - 5y = -3k - 4 \\ 2x + (1+k)y = 2k + 8 \end{cases}$$
，回答下列各題。

20. 當 $k = 1$ 的時候，設方程組的解為 $x = a$ ， $y = b$ ，則 $a + b = ?$ （單選題，2 分）

- (1) 5
- (2) -5
- (3) 0
- (4) 6
- (5) -6

21. 試就 k 值討論上述方程組解的情形，並寫出相應的解。（非選擇題，10 分）

（恰有一解請以克拉馬公式展開化簡後寫出其解，無限多組解請以參數式表示其解。）

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 4 2. 1 3. 4 4. 2 5. 2 6. 1 7. 4

8. 34 9. 234 10. 123 11. 14

12. $\frac{27}{2}$

13. -1

14. -20

15. -9

16. $(13, 3)$

17. $\frac{3}{5}$

18. $\frac{5}{3}$

19. $\frac{5}{6}$

第貳部分：混合題

20. 1

21.

$k \neq 4, -3$ 時，恰有一組解 $(3, 2)$

$k = 4$ ，無限多組解 $(x, y) = (8 + 5t, -2t), t \in \mathbb{R}$

$k = -3$ ，無限多組解 $(x, y) = (1 + s, s), s \in \mathbb{R}$