

112 學年度第一學期第一次定期考高一數學試題

命題範圍：第三章多項式

第壹部分、選擇題(單選題、多選題共占 54 分)

一、單選題 (占 30 分) 說明：第 1 題至第 5 題為單一選擇題，每題答對得 6 分。

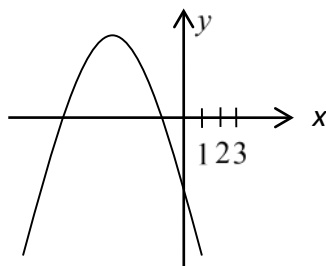
1. 若 $f(x)$ 為一個滿足 $f(6) - f(3) = 4$ 的一次函數，則 $f(16) - f(4)$ 之值為下列哪一個選項？(1) 12 (2) 16 (3) 18 (4) 20 (5) 24
2. 設 x 為實數，若函數 $f(x) = (2-k)x^2 + kx - k$ 恆有 $f(x) > 0$ ，則實數 k 之範圍為下列哪一個選項？
(1) $k > 0$ (2) $k > 1$ (3) $1 > k > 0$ (4) $k < 0$ (5) $k > \frac{8}{3}$
3. 若三次多項式 $f(x)$ 除以 $(x-3)^3$ 的餘式為 $2x-6$ 且 $x-1$ 恰為 $f(x)$ 的因式，則 $f(x)$ 除以 $x-5$ 的餘式為下列哪一個選項？
(1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) 4 (5) 8
4. 若實係數二次函數 $f(x) = ax^2 + bx$ 且 $a > 0$ ，若 $f(9) < 0$ 且 $f(10) > 0$ ，則下列哪一個選項的函數值最小？
(1) $f(3)$ (2) $f(4)$ (3) $f(5)$ (4) $f(6)$ (5) $f(7)$
5. 若二次函數 $y = f(x)$ 的圖形與 y 軸交於點 $(0, 2)$ ，滿足 $f(2) - f(-10) = 0$ 且 $f(8) - f(-8) = 12$ 的結果，則 $f(-16)$ 之值為下列哪一個選項？
(1) 10 (2) 12 (3) 14 (4) 16 (5) 18

二、多選題(占 24 分)

說明：第 6 題至第 8 題，每題至少有一個選項是正確的。每題全部答對得 8 分，答錯不 倒扣，未答者不給分。只錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個或三個以上選項不給分。

6. 二次函數 $y = ax^2 + bx + c$ 的部分圖形如右圖所示。試選出正確的選項。

- (1) $a < 0$
- (2) $b > 0$
- (3) $c > 0$
- (4) $b^2 - 4ac < 0$
- (5) $4a + 2b + c < 0$



7. 三次函數 $f(x) = 3x^3 - x^2 - 4x - 6$ 。試選出正確的選項。

- (1) 三次函數 $f(x)$ 的圖形與 x 軸沒有交點。
- (2) 當 $|x|$ 很大時，三次函數 $f(x)$ 圖形的大致趨勢可由 $3x^3$ 決定。
- (3) 將 $f(x)$ 的圖形先向右平移 1 個單位，再向下平移 1 個單位後的函數為 $g(x) = 3x^3 - 10x^2 + 4x - 7$
- (4) 若 $f(x) = a(x-2)^3 + b(x-2)^2 + c(x-2) + d$ ，其中 a, b, c, d 皆為實數，則 $a - b + c + d = 20$
- (5) $f(1.99)$ 的近似值四捨五入到小數點後第三位為 5.822

8. 給定一實係數三次多項式函數 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 4$ 。

令 $g(x) = f(-x) + 4$ ，已知 $y = g(x)$ 圖形的對稱中心為 $(-1, 0)$ 且 $g(2) < 0$ 。試選出正確的選項。

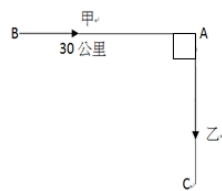
- (1) $g(x) = 0$ 有三相異整數根
- (2) $a > 0$
- (3) $y = f(x)$ 圖形的對稱中心為 $(1, -4)$
- (4) $f(100) > 0$
- (5) $y = f(x)$ 在 $(-1, f(-1))$ 附近會近似於一條斜率為 $3a$ 的直線

第貳部份：填充題 (占 35 分)

說明：第 9 題至第 13 題，共 5 題，每題答 對得 7 分。

9. 不等式 $(x+2)(x-1)(x^2 - 4x + 4) < 0$ 的解為_____。

10. 某地區有 A, B, C 三鎮，其中 A, B 相距 30 公里， A, C 相距 40 公里，道路 $\overline{AB}$ 與 $\overline{AC}$ 夾角恰呈現 90 度，如右圖所示。今 甲自 B 鎮朝向 A 鎮以直線前進，在同一時間，乙自 A 鎮朝向 C 鎮也以直線前進。若乙的速率恰好是甲的 2 倍，則在行進過程中，當甲走_____公里時，甲與乙兩人的距離最近。



11. 若多項式 $f(x)$ 除以 $x+1$ 的餘式與 $2f(x)$ 除以 $3(x+1)$ 的餘式恰好相等，且 $f(x)$ 除以 $3x-1$ 的餘式為 4，則 $f(x)$ 除以 $(x+1)(3x-1)$ 的餘式為_____。
12. 若實係數方程式 $x^3 - 14x^2 + 26x + t = 0$ 的三個根中有一個根恰好為另外兩根的乘積，則 t 的最大值為_____。
13. 若 α, β 是實係數方程式 $x^2 - 2kx + k + 6 = 0$ 的兩個實數根，則 $(\alpha - 1)^2 + (\beta - 1)^2$ 的最小值為_____。

第叁部份：混合題(占 11 分)。

說明：本部分共有兩小題，每一小題配分標於題末，限在標示題號作答區內作答。第(1)小題為填充題，

第(2)小題為計算題，作答時請由左而右橫式書寫且必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

已知實係數三次多項式函數 $y = f(x)$ 圖形的對稱中心為 $(1, 3)$ 。請根據已知條件，試回答下列問題。

- (1) 試求此 $f(x)$ 除以 $x-1$ 的餘式為_____。(4 分)
- (2) 已知 $y = f(x)$ 在 $x=0$ 附近的一次近似直線為 $y = 5x + 2$ ，試求 $f(x)$ 為何？(7 分)