

高雄市高雄中學 112 下高二第二次期中考

一、填充題

說明：第 1 題至第 10 題。

1. 設 n, r 為正整數，且 $n-1 > r$ ，若 $C_r^{n-1} : C_r^n : C_r^{n+1} = 6 : 9 : 13$ ，則數對 $(n, r) = [\quad]$ 。
2. 五對夫婦參加一個舞會，男女隨機配對跳舞，求皆不與自己配偶為舞伴的機率為 $[\quad]$ 。
3. 投擲一粒公正的骰子四次，其出現的點數依次為 a, b, c, d ，求 $a < b < c < d$ 的機率為 $[\quad]$ 。
4. 求 $(1+x^2) + (1+x^2)^2 + \cdots + (1+x^2)^{17}$ 展開式中 x^6 項的係數為 $[\quad]$ 。
5. 甲、乙、丙、...等 8 人轉入忠孝仁愛四班，每班最多可轉進 4 人，則甲、乙、丙任二人不在同一班的情形有【 $\quad$ 】種。
6. 投擲一粒公正的骰子 n 次，令 P_n 表示有一面連續出現兩次或兩次以上的機率，求使 $P_n > 0.9$ 的最小自然數 $n = [\quad]$ 。
($\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$)
7. 某項 X 光透視檢查的可靠程度如下：患有結核病的人檢驗能正確判斷的可能性為 0.9；不患有結核病的人，則檢驗做了錯誤判斷的可能性為 0.01。現在對某地區人口進行此項檢查，發現經 X 光透視檢查出有結核病者是真正結核病患者
的機率為 $\frac{30}{113}$ ，求此地區結核病患者占全部人口的【 $\quad$ 】%
8. 有甲、乙、丙、丁 4 人玩剪刀、石頭、布的遊戲一次，獲勝的人平分 540 元，若 4 人平手則不分錢，則甲所得的期望值為【 $\quad$ 】元。

9. 書豪 於今年初加入 PLG 職業籃球聯盟「高雄 17 直播鋼鐵人」隊，在臺灣 掀起一陣籃球旋風。已知書豪 每場比賽罰球時，若他前一次罰球投進，則後一球罰進的機率為 $\frac{4}{5}$ ；若他前一次罰球投不進，則後一球罰進的機率為 $\frac{2}{3}$ ，且每場比賽第一次罰球投進的機率為 $\frac{1}{2}$ 。今某場比賽書豪 共有 4 次的罰球機會，已知他前 3 球恰有 2 球罰球進球的條件下，試問書豪 第 4 次罰球進球的條件機率為【 】。

10. 從 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 中任取 3 個偶數和 3 個奇數(數字不重複選取)，組成一個六位正整數，其中 3 個偶數兩兩不相鄰，3 個奇數由左至右保持小到大的順序(如 217694、385092)，則這種六位正整數共有【 】個。

二、多選題

說明：第 11 題至第 15 題。

11. 下列各敘述何者為真？

(1) 已知 n 為正整數， m, k 為非負整數，且 $n \geq m, n \geq k$ ，

若 $C_m^n = C_k^n$ ，則 $m = k$

(2) 設 n 為正整數、 m 為非負整數，且 $n \geq m$ ，則 $P_m^n = (m!) \cdot C_m^n$

(3) 在 1 到 10 的正整數中，任取兩數，若此兩數不連續，則共有 36 種取法

(4) 從 8 個人中選 3 個人，分別擔任整潔評分員、衛生評分員和環保義工的方法有 $\frac{8!}{3!5!}$ 種

(5) 5 顆相同的蘋果，完全分給 8 人，每人至多 1 顆的方法有 $\frac{8!}{3!5!}$ 種

12. 將 4 本書全部分給甲乙丙丁戊己 6 人，則下列哪些敘述是正確的？

(1) 若 4 本書是相同的書，且每人至多分一本，則共有 C_4^6 種分法

(2) 若 4 本書是不同的書，且每人至多分一本，則共有 P_4^6 種分法

(3) 若 4 本書是不同的書，且每人可以不只分一本，則共有 4^6 種分法

(4) 若 4 本書是不同的書，且每人可以不只分一本，

則甲恰得一本的分法有 $C_1^4 \times 5^3 = 500$ 種

(5) 若 4 本書是不同的書，且每人可以不只分一本，

則甲至少得一本的分法有 $C_1^4 \times 6^3 = 864$ 種

13. 假設某社團 200 人之中，有 60% 的人會說英文，50% 的人會說法文，從社團中任選 1 人，設 A 為「此人會說英文」的事件， B 為「此人會說法文」的事件，則下列敘述哪些正確？

- (1) 事件 A 與 B 必不可能互斥
- (2) 事件 A 與 B 必不可能獨立
- (3) 從社團中任選 1 人，則此人會說英文且會說法文的機率為 0.30
- (4) 從社團中任選 2 人，則此兩人都會說英文的機率為 0.36
- (5) 從社團中任選 1 人，「已知此人會說英文的條件下，他也會說法文」的機率小於「已知此人會說法文的條件下，他也會說英文」的機率

14. 百貨公司週年慶為衝高業績舉辦福袋活動。活動有 100 個福袋，其中 20 個有獎：特獎 2000 元 1 個，二獎 1000 元 2 個，三獎 500 元 17 個。今 A 、 B 、 C 、…… 等人各花 100 元購買，依序 (A 、 B 、 C 、……) 各抽走 1 個福袋，下列選項哪些正確？

- (1) B 抽到二獎的機率為 0.02
- (2) 在已知 A 沒中獎的情況下， B 抽到特獎的機率為 $\frac{1}{99}$
- (3) A 、 B 連續中獎的機率為 $\frac{1}{25}$
- (4) 2 個 1000 元的福袋在前三次就被抽走的機率是 $\frac{1}{4950}$
- (5) A 獲利的期望值為 125 元

15. 某醫院為篩檢某種疾病，需要檢驗每份血液是否為陽性，現有 n (n 為正整數) 份血液樣本，有以下兩種檢驗方式：

(一) 逐一檢驗，則需要檢驗 n 次。

(二) 混合檢驗，將 n 份血液樣本分別取樣混合在一起檢驗，若檢驗結果為陰性，則這 n 份血液全為陰性，因而這 n 份血液樣本只要檢驗一次就夠了；但如果檢驗結果為陽性，為了確認這 n 份血液究竟哪幾份為陽性，就要對這 n 份再逐一檢驗，此時這 n 份血液的檢驗次數總共為 $n+1$ 次。

假設在接受檢驗的血液樣本中，每份樣本的檢驗結果是陽性還是陰性都是互相獨立的，且每份樣本是陽性的機率為 p ($0 < p < 1$)，則下列各選項的 n, p 值中，請選出會使「採用 (一) 逐一檢驗方式，樣本需要檢驗總次數的期望值」大於「採用 (二) 混合檢驗方式，樣本需要檢驗總次數的期望值」的選項。

參考數值：

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$\frac{\log n}{n}$	0.1505	0.1590	0.1505	0.1398	0.1297	0.1207	0.1129	0.1060	0.1	0.0947

(1) $n = 5, p = \frac{1}{4}$

(2) $n = 6, p = \frac{1}{4}$

(3) $n = 7, p = \frac{1}{4}$

(4) $n = 10, p = \frac{1}{5}$

(5) $n = 11, p = \frac{1}{5}$

參考答案

1. (12, 4)

2. $\frac{11}{30}$

3. $\frac{5}{432}$

4. 3060

5. 23400

6. 14

7. 0.4

8. 70

9. $\frac{24}{31}$

10. 2040

11. 235

12. 124

13. 15

14. 12

15. 124

7