

台南市台南女中 112 上高一第二次期中考

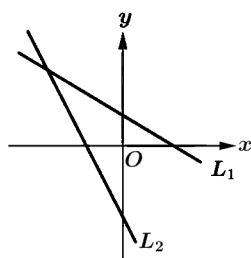
第壹部分：選擇（填）題（占 85 分）

一、單選題（占 35 分）

說明：第 1 題至第 7 題，每題 5 分。

1. 右圖中，兩直線 L_1 ， L_2 之方程式分別為 $L_1: ax - y + c = 0$ ， $L_2: x - by + d = 0$ ，試問下列哪些選項是正確的？

- (1) $a > 0$
- (2) $b > 0$
- (3) $d < 0$
- (4) $ab < 1$
- (5) $bc > d$



2. 下列選項中，去掉哪一個點後，其他四個點會在同一條直線上？

- (1) $(-4, 4)$
- (2) $\left(-2, \frac{7}{2}\right)$
- (3) $(4, 2)$
- (4) $(8, 3)$
- (5) $\left(11, \frac{1}{4}\right)$

3. 已知 $A(a, -7)$ 、 $B(5, 8)$ ，若 A 點在第三象限內，且線段 $\overline{AB}$ 與直線 $x - 3y - 9 = 0$ 有交點，則滿足條件的整數 a 有幾個？
- (1) 12
 - (2) 13
 - (3) 14
 - (4) 15
 - (5) 無限多個
4. 設 $A(7, 4)$ ， $B(10, 12)$ ， $C(12, 0)$ 為坐標平面上三個點。如果直線 $y = mx - 7m + 4$ 將三角形 ABC 分成面積相等的兩塊，則 m 值為何？
- (1) $-\frac{1}{2}$
 - (2) $\frac{1}{2}$
 - (3) 1
 - (4) $\frac{5}{3}$
 - (5) 3
5. 已知 $P(9, -5)$ 為圓 $\Gamma: x^2 + y^2 - 6x - 6y - 7 = 0$ 外一點，則圓 Γ 上有幾個點與 P 點的距離為整數值？
- (1) 11
 - (2) 18
 - (3) 20
 - (4) 22
 - (5) 24
6. 設直線 L 將圓 $x^2 + y^2 + 6x - 18y = 0$ 的面積平分，且直線 L 不過第一象限。則直線 L 的斜率 m 範圍為何？
- (1) $m \geq 3$
 - (2) $0 \leq m \leq 3$
 - (3) $-3 \leq m \leq 0$
 - (4) $m \leq 0$
 - (5) $m \leq -3$

7. 在坐標平面上，圓 Γ 可以完全包含下面四個不等式： $x - y \leq 4$ ， $x + y \leq 10$ ， $x - y \geq -8$ ， $x + y \geq 6$ 所圍成的區域，則圓 Γ 最小的可能面積為何？

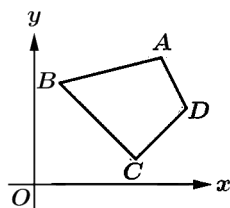
- (1) 12π
- (2) 20π
- (3) 25π
- (4) 28π
- (5) 36π

二、多選題（占 15 分）

說明：第 8 題至第 10 題，每題 5 分。(5-3-1-0)

8. 由四條直線 $x - 4y + 15 = 0$ ， $x + y - 5 = 0$ ， $x - y - 3 = 0$ ， $2x + y - 15 = 0$ ，所圍成四邊形區域 $ABCD$ 如圖。若 $P(a, b)$ 在四邊形區域 $ABCD$ （含邊界），則下列哪些選項是正確？

- (1) 直線 AB 之方程式為 $x - 4y + 15 = 0$
- (2) $a + b \geq 5$
- (3) $a - b \geq 3$
- (4) $2a + b \geq 15$
- (5) $1 \leq a \leq 6$



9. 過點 $P(3, 2)$ 作圓 $\Gamma: (x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 8$ 的兩切線，切點為 A ， B ，點 C 為圓 Γ 的圓心，則下列哪些選項是正確？

- (1) 切線段 $\overline{PA}$ 的長為 $2\sqrt{6}$
- (2) 有一條切線方程式為 $x = 3$
- (3) 四邊形 $CAPB$ 的面積為 $4\sqrt{3}$
- (4) $\triangle PAB$ 的外接圓為 $x^2 + y^2 - 2x - 9 = 0$
- (5) $\triangle PAB$ 為正三角形

10. 已知兩方程式 $\Gamma: x^2 + y^2 + 2mx - 2my - 4 = 0$, $L: 3x - 4y + 7 = 0$, 則下列哪些選項是正確?

(1) 當 $m = 0$ 時, 方程式 Γ 的圖形到直線 L 的最小距離為 $\frac{7}{5}$

(2) 不論 m 為任何實數, 方程式 Γ 的圖形恆為一圓

(3) 方程式 Γ 的圖形之最小面積為 16π

(4) 不論 m 為任何實數, 方程式 Γ 與 L 的圖形恆有兩個交點

(5) 直線 L 被方程式 Γ 的圖形所截出的線段最大長度為 $2\sqrt{6}$ 時, 則 $m = 1$

三、填充題 (占 55 分)

說明：第 11 題至第 19 題，每題 5 分。

11. 坐標平面上有三條直線 $L_1: 2x - y = 3$ 、 $L_2: 3x - 2y = 4$ 、 $L_3: kx - 8y = 12$, $k > 0$ 。若三條直線無法圍成一個三角形, 則 k 的最大值為 11-1 11-2。

12. 已知三角形的三頂點為 $A(3, -2)$ 、 $B(-1, 0)$ 、 $C(2, 1)$, 若 $\triangle ABC$ 的外接圓方程式為 $x^2 + y^2 + dx + ey + f = 0$, 求 $(d, e, f) = (\underline{12-1} \underline{12-2}, \underline{12-3}, \underline{12-4} \underline{12-5})$ 。

13. 設 x, y 為整數, 則滿足聯立不等式 $\begin{cases} 3x + 2y - 18 \leq 0 \\ x - 2y \geq 0 \\ y + 1 \geq 0 \end{cases}$ 的格子點 (x, y) 有 13-1 13-2 個。

14. 在坐標平面上 $A(4, 5)$ 有一光源, 將圓 $C: x^2 + y^2 - 4x - 8y + 19 = 0$ 投射到 y 軸上, 試求其投射在 y 軸上的影子長度為 $\frac{\underline{14-1} \underline{14-2}}{\underline{14-3}}$ 。

15. 將一張畫有直角坐標系的圖畫紙沿一直線摺疊一次, 使 $A(0, 2)$ 與 $B(4, 0)$ 兩點重合, 若此時點 $P(-2, -5)$ 也會與點 Q 重合, 則 Q 點坐標為 $(\frac{\underline{15-1} \underline{15-2}}{\underline{15-3}}, \frac{\underline{15-4} \underline{15-5} \underline{15-6}}{\underline{15-7}})$ 。

16. 已知圓 C 與 x 軸, y 軸都相切, 且與直線 $x = 8$ 交 A, B 兩點, $\overline{AB} = 24$, 若此圓的圓心在第一象限, 則此圓的半徑為 16-1 16-2。

17. 獵人養了大小兩隻獵犬，每次狩獵時，都讓兩獵犬守候在相距 30 公尺的兩位置上。當獵人射下獵物時，兩獵犬會同時向著獵物直衝過去。若大獵犬的速度是小獵犬的 $\frac{3}{2}$ 倍，試問小獵犬會先追到獵物的範圍區域面積為 (17-1) (17-2) (17-3) (17-4) π 平方公尺。

18. 坐標平面上，一個圓通過 $(6, 0)$ ，且與直線 $x + 2y - 11 = 0$ 相切於 $(5, 3)$ ，若此圓方程式為 $x^2 + y^2 + dx + ey + f = 0$ ，

試求序組 $(d, e, f) = \left(\underline{(18-1) (18-2)}, \underline{(18-3) (18-4)}, \underline{(18-5) (18-6)} \right)$ 。

19. 設 S 為坐標平面上直線 $2x + y = 10$ 被平行線 $3x + y - 11 = 0$ 與 $3x + y - 14 = 0$ 所截的線段（含端點）。若直線 $5x - 2y = c$ 與 S 有交點，

則 c 的最大值為 (19-1) (19-2)。

四、計算題（占 5 分）

說明：第 20 題，每題 5 分。

20. 根據氣象局報導強烈拉拉颱風中心目前在恆春的正東方 400 公里海面上，其暴風半徑為 300 公里，以每小時 20 公里的速度沿西南直線移動。若拉拉颱風的暴風半徑，直線移動方向及速度皆不改變，並將颱風視為一個圓 C ，恆春視為一個點 P 。若距離颱風中心 300 公里或 300 公里內的圓形地區視為警戒區域，則恆春處於警戒區域內共歷時多少小時？

参考答案

1. 4 2. 4 3. 1 4. 2 5. 3 6. 5 7. 2

8. 125 9. 15 10. 25

11. 16

12. $(-2, 2, -3)$

13. 21

14. $\frac{16}{3}$

15. $\left(\frac{-2}{5}, \frac{-29}{5}\right)$

16. 13

17. 1296

18. $(-8, -2, 12)$

19. 16

20. 10