

112 學年度第二學期第二次定期考高一數學試題

命題範圍：第三章排列組合與機率

一、 單選題(佔 25%)

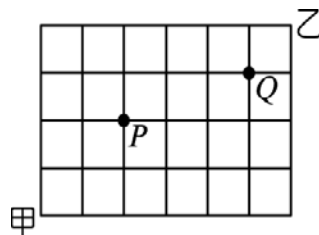
說明：第 1 題至第 5 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 設集合 $A = \{x+1, y, z\}$ 、集合 $B = \{x-1, 3, 4\}$ ，若 $A = B$ ，則有序數對 (x, y, z) 共有幾組？(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5
2. 從 0，1，2，3，4，5 等六個數字中，任意取出三個相異的數字排成一個三位數，請選出正確的選項。
(1) 奇數有 20 個 (2) 3 的倍數有 24 個 (3) 4 的倍數有 28 個
(4) 5 的倍數有 40 個 (5) 個位數不為 4 的有 84 個
3. 在 $(2x - \frac{3}{4x})^9$ 的展開式中， x^3 項的係數為
(1) -756 (2) -2268 (3) 1134 (4) 2268 (5) 4536
4. 甲、乙、丙、丁、戊、己、庚、辛、壬、癸 共 10 人，等分成前後兩列站立，每列 5 人。則甲、乙兩人在左右相鄰或前後相鄰之機率為
(1) $\frac{13}{45}$ (2) $\frac{19}{36}$ (3) $\frac{11}{24}$ (4) $\frac{5}{14}$ (5) $\frac{5}{12}$
5. 袋中有六球，其中分別標註 1、2、2、3、3、3，每次同時取出三球，每個球被取的機率均等，請選出正確的選項。
(1) 有取到 1 號球的機率是 $\frac{1}{6}$ (2) 沒有取到 2 的機率是 $\frac{1}{5}$
(3) 有取到 3 號球的機率是 $\frac{1}{2}$ (4) 所取三球中的最大數字之期望值是 3
(5) 所取三球中居中數字之期望值是 2

二、多選題(佔 40%)

說明：第 6 題至第 10 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項劃記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

6. 若有 6 本不同的書，分堆或分給甲、乙、丙三個人。請選出正確的選項。
- (1) 甲得 3 本、乙得 2 本、丙得 1 本，有 60 種方法
 - (2) 甲得 2 本、乙得 2 本、丙得 2 本，有 15 種方法
 - (3) 按 1 本、2 本、3 本任意分給這三個人有 360 種方法
 - (4) 按 1 本、1 本、4 本任意分給這三個人有 90 種方法
 - (5) 按 1 本、1 本、4 本分為三堆有 30 種方法
7. 若有 5 個球，任意放入三個箱子。請選出正確的選項。
- (1) 有 5 個相同的球，三個相同的箱子，則其分法有 5 種
 - (2) 有 5 個不同的球，三個相同的箱子，則其分法有 41 種
 - (3) 有 5 個相同的球，三個不同的箱子，則其分法有 30 種
 - (4) 有 5 個不同的球，三個不同的箱子，則其分法有 243 種
 - (5) 有 5 個不同的球，三個不同的箱子，且每箱至少有一個球，則其分法有 50 種。
8. 甲、乙、丙、丁、戊、己 六人排成一列。請選出正確的選項。
- (1) 甲、乙相鄰，丙、丁不相鄰之排法有 144 種
 - (2) 甲不與丙、丁相鄰之排法有 240 種。
 - (3) 甲排在乙的左方，且乙排在丙的左方（不一定要相鄰）之排法有 120 種
 - (4) 甲不排首位且乙不排第二位，則排法有 480 種
 - (5) 甲不排首位且乙不排第二位，且丙不排第三位，則排法有 426 種。
9. 如圖，由甲地至乙地是棋盤式的街道。小建以走捷徑的方式由甲地至乙地，請選出正確的選項。
- (1) 由甲地至乙地的方法有 210 種
 - (2) 必須經過 P 點且經過 Q 點的方法有 48 種
 - (3) 必須經過 P 點或經過 Q 點的方法有 154 種
 - (4) 不經過 P 點且不經過 Q 點的方法有 162 種
 - (5) 必須經過 P 點，而不經過 Q 點的方法有 42 種
10. 下列關於組合數的計算，請選出正確的選項。



$$(1) C_0^{10} + C_1^{10} + C_2^{10} + C_3^{10} + \dots + C_9^{10} + C_{10}^{10} = 1024$$

$$(2) C_1^{10} + C_3^{10} + C_5^{10} + C_7^{10} + C_9^{10} = 512$$

$$(3) C_0^{10} - C_1^{10} \cdot \frac{1}{2} + C_2^{10} \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \dots + C_8^{10} \left(\frac{1}{2}\right)^8 - C_9^{10} \left(\frac{1}{2}\right)^9 + C_{10}^{10} \left(\frac{1}{2}\right)^{10} = \frac{1}{1024}$$

$$(4) C_1^{10} + 2C_2^{10} + 3C_3^{10} + \dots + 9C_9^{10} + 10C_{10}^{10} = 5120$$

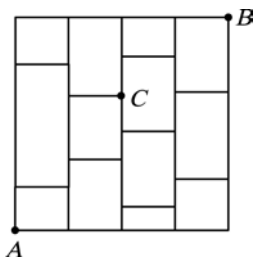
$$(5) C_3^3 + C_3^4 + C_3^5 + C_3^6 + C_3^7 + C_3^9 = C_3^{10}$$

三、選填題(佔 35%)

說明：1.第 A 至 G 題，將答案畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」所標示的列號(11-28)

2.每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 如圖，欲由 A 點走至 B 點，若只准向上、向下、向右走，不經過 C 點，有 ⑪⑫⑬ 種走法。



- B. 不同的渡船三艘，每艘安全過渡只能載 4 人，不可超載。今有 6 人欲渡河，規定其中的甲船至少要搭乘一人，則安全渡河的方法有 ⑭⑮⑯ 種。
- C. 有甲、乙、丙、丁、戊、己、庚、辛、壬 共 9 個玩具必須平分成三堆，每堆 3 個。若甲、乙 必須放在同一堆，而丙、丁 必須放在不同堆，則可能的分法共有 ⑰⑱ 種。
- D. 若 $(2x - \frac{1}{x})^{2n}$ 展開式中， $\frac{1}{x^2}$ 項的係數與 $\frac{1}{x^4}$ 項的係數比值為 -5，則 $n =$ ⑲。

E. 甲、乙、丙、丁、戊、己六人排成一列，則甲、乙、丙中恰有兩人相鄰的機率為 $\frac{\textcircled{20}}{\textcircled{21}}$ 。(化成最簡分數)

F. 某遊戲每一回合：投擲一顆公正的骰子三次。若三次中均出現相同點數就可得 20 元；若三次中恰有二次點數相同就可得 10 元；若這三次的點數越來越大就可得 25 元；其他情況則沒有獎金。試問，此遊戲所得獎金的期望值為 $\frac{\textcircled{22} \textcircled{23} \textcircled{24}}{\textcircled{25} \textcircled{26}}$ 元。(化成最簡分數)

G. 有甲、乙、丙、丁、戊、己、庚、辛 等 8 本相異的書，被分為 2 本、3 本、3 本三堆，則 甲、乙在不同的兩堆之機率為 $\frac{\textcircled{27}}{\textcircled{28}}$ 。(化成最簡分數)