

台中市衛道高中 112 上高一期末考

第壹部分：選擇（填）題（占 92 分）

一、多選題（占 15 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題 5 分。(5-3-1-0)

1. 設 $a \neq 0$ ，已知多項式 $f(x)$ 除以 $x - \frac{b}{a}$ 的商式為 $q(x)$ ，餘式為 r ，試問下列何者正確？

(1) $f(x) \div (ax - b)$ 的商式為 $\frac{1}{a}q(x)$ ，餘式為 r

(2) $f\left(\frac{x}{a}\right) \div (x - b)$ 的商式為 $\frac{1}{a}q(x)$ ，餘式為 r

(3) $af(x) \div (ax - b)$ 的商式為 $q(x)$ ，餘式為 ar

(4) $f(bx) \div \left(x - \frac{1}{a}\right)$ 的商式為 $bq(x)$ ，餘式為 r

(5) $xf(x) \div (ax - b)$ 的商式為 $\frac{x}{a}q(x)$ ，餘式為 rx

2. 不等式 $(x - 1)(x - 2)(x - 3) < 0$ 與下列何者的解相同？

(1) $(x^3 - 1)(x - 2)(x - 3) < 0$

(2) $(x - 1)(x - 2)^3(x - 3)^5 < 0$

(3) $(x - 1)^2(x - 2)^4(x - 3)^6 < 0$

(4) $\frac{x - 1}{(x - 2)(x - 3)} < 0$

(5) $\frac{1}{(x - 1)(x - 2)(x - 3)} \leq 0$

3. 設 a 、 b 、 c 為實數， $f(x) = ax^2 + bx + c$ 對任意實數 t 都有 $f(4+t) = f(2-t)$ ， $f(4) > 0$ 且 $f(5) < 0$ ，則下列何者正確？

(1) $f(-1) > f(2)$

(2) $f(\pi) > f(\sqrt{5})$

(3) $f(5) > f(1)$

(4) $f(8) = f(-2)$

(5) $a + b + c < 0$

二、填充題（占 77 分）

說明：第 4 題至第 18 題。

題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
得分	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	64	68	71	74	77

4. 設多項式 $6x^4 + 7x^3 + ax^2 + bx + 2$ 可被 $x^2 + x - 2$ 整除，則數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 已知三次函數 $f(x) = 2x^3 + 12x^2 - 5x - 7$ ，求 $y = f(x)$ 圖形的對稱中心為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

6. 設 $f(x) = (x-1)^2 + 2(x-2)^2 + (x-3)^2 + (x-8)^2 + (x-9)^2 + (x-10)^2$ ，則 $f(x)$ 在 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 處有最小值。

7. 設多項式 $f(x) = x^4 + 8x^3 + 25x^2 - 40x + 8 = a(x+2)^4 + b(x+2)^3 + c(x+2)^2 + d(x+2) + e$ ，則 $a - b + c - d + e$ 之值 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

8. 滿足不等式 $(x-1)(x^2 - 3x - 4)(x^3 + 1) \leq 0$ 的整數 x 共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 個。

9. 求 $7^7 - 50 \times 7^5 + 6 \times 7^4 + 4 \times 7^3 + 25 \times 7^2 - 30 \times 7 - 11$ 的值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

10. 多項式 $f(x)$ ，以 $(x-1)(x-2)$ 除之得餘式為 $8x - 11$ ，以 $(x-2)(x-3)$ 除之得餘式為 $11x - 17$ ，求以 $(x-1)(x-2)(x-3)$ 除 $f(x)$ 的餘式為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。（需展開化簡，否則不給分）

11. 若將一多項式 $f(x) = (x+2)^4 + 5(x+2)^3 + (x+2)^2 + (x+2) + 19$ 表示成 $x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ 的形式，其中 b 、 c 、 d 、 e 皆為實數，則數對 (b, c, d, e) 為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

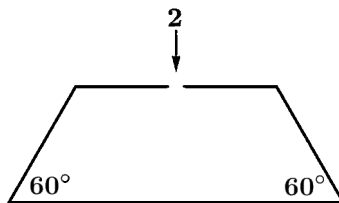
12. 若二次函數 $y = x^2 + mx - 3$ 之圖形恆在直線 $y = x - 7$ 的上方，試求實數 m 的範圍為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

13. $y = ax^2 + bx + \frac{1}{a}$ 在 $x = -3$ 時有最小值 8，則數對 $(a, b) = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

14. 二次函數 $y = 2x^2 + ax + b$ 之圖形過點 $(2, 3)$ ，且頂點在 $y = 4x - 3$ 上，則數對 $(a, b) = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

15. 設不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解為 $-3 < x < 5$ ，則不等式 $ax^2 + 3bx + 2c > 0$ 之解為 $\text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

16. 一農夫想用 62 公尺長之竹籬圍成一底角為 60° 的等腰梯形菜園，並在其中上底正中央留著寬 2 公尺的出入口，如圖所示。問此農夫所能圍成的最大面積為 $\text{【 } \quad \quad \text{】}$ 平方公尺。



17. 設實數 $x^2 + y^2 = 4$ ，求 $x^2 + 2y^2 - 6x$ 的最大值為 $\text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

18. 若方程式 $|x^2 - 5x| + x - 4 = k$ 有兩相異實根，求 k 之範圍為 $\text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

第貳部分：混合題（占 8 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

19 — 20 題組

設 $f(x) = 16x^4 - 24x^3 + 16x^2 - 5$ ，試回答下列問題：

19. 試將 $f(x)$ 寫成 $a(2x - 1)^4 + b(2x - 1)^3 + c(2x - 1)^2 + d(2x - 1) + e$ 的型式。（非選擇題，5 分）

20. 試求 $f(0.49)$ 的近似值至小數點後第二位為何？（第三位以下四捨五入）（選填題，3 分）

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 13 2. 1245 3. 245

4. $(-12, -3)$

5. $(-2, 35)$

6. 5

7. 218

8. 5

9. -25

10. $\frac{3}{2}x^2 + \frac{7}{2}x - 8$

11. $(13, 55, 97, 81)$

12. $-3 < m < 5$

13. $\left(\frac{1}{9}, \frac{2}{3}\right)$

14. $(-4, 3)$

15. $3 - \sqrt{39} < x < 3 + \sqrt{39}$

16. $128\sqrt{3}$

17. 16

18. $-4 < k < 1$ 或 $k > 5$

第貳部分：混合題

19. $(2x - 1)^4 + (2x - 1)^3 + (2x - 1)^2 + 3(2x - 1) - 3$

20. -3.06