

台南市台南一中 112 下高一第一次期中考

一、單選題（占 12 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題 4 分。

1. 已知一等差數列共有 12 項，其奇數項的和為 32，偶數項的和為 56，則此數列的公差為何？

- (1) 2
- (2) 3
- (3) 4
- (4) 5
- (5) 6

2. 在 1 和 99 之間插入 n 個數，使其成一等差數列，則 n 至少要多少時，才會使這數列的總和超過 20000？

- (1) 99
- (2) 199
- (3) 299
- (4) 399
- (5) 499

3. 某班數學成績統計之後得到中位數 78，算術平均數 75，標準差 12。後來學生核對成績時，發現某甲成績應為 75 分，卻登記成 70 分，老師更正完成績後，下列哪一個數據會變小？

- (1) 第 1 四分位數
- (2) 中位數
- (3) 算術平均數
- (4) 標準差
- (5) 第 3 四分位數

二、多選題（占 12 分）

說明：第 4 題至第 5 題，每題 6 分。(6-4-2-0)

4. 將 3 的倍數作如下之分組：(3), (6, 9), (12, 15, 18), (21, 24, 27, 30), ...，請選出正確的選項：

- (1) 第 1 組到第 9 組總共有 45 個 3 的倍數
- (2) 99 落在第 7 組
- (3) 第 9 組內的最後一個數是 135
- (4) 第 9 組內所有 3 的倍數總和是 1107
- (5) 第 20 組內的第 7 個數是 588

5. 某班有 32 名學生，某次小考全班平均 40 分，最高分 70 分，最低分 20 分。現今將全班成績做線性調分使其平均為 63 分，最高為 90 分，則下列選項何者正確？

- (1) 調分後最低分為 46 分
- (2) 調分後全距變小
- (3) 調分後的變異數為原本的 0.9 倍
- (4) 調分後第 1 四分位數比原本的第 1 四分位數大
- (5) 調分前的分數與調分後的分數，其相關係數為 1

三、填充題（占 66 分）

說明：第 6 題至第 16 題，每題 6 分。

6. 已知一等比數列公比 = 3，且 $a_1 + a_2 + \cdots + a_{15} = 300$ ，

則 $a_1 + a_4 + a_7 + a_{10} + a_{13} = \frac{\textcircled{6-1} \textcircled{6-2} \textcircled{6-3}}{\textcircled{6-4} \textcircled{6-5}}$ 。

7. 某班實施分組教學並對兩組同學進行測驗，兩組的分數如下：

第一組 30 人，平均分數 70 分，標準差 5 分；第二組 20 人，平均分數 60 分，

標準差 10 分。若將這兩組學生成績合併，則新的標準差為 $\sqrt{\textcircled{7-1} \textcircled{7-2}}$ 分。

8. 試計算下列 x 與 y 的相關係數為 $\frac{\textcircled{8-1} \textcircled{8-2}}{\textcircled{8-3} \textcircled{8-4}}$ 。

x	4	5	8	12	16
y	6	41	16	36	56

9. 已知等比數列 $\langle a_n \rangle$ 的首項 $a_1 > 0$ ，公比 $r > 1$ ，且 $3a_5 + a_7 = 4a_6$ ，若此數列中有兩相異項 a_i, a_j 滿足 $\sqrt{a_i \times a_j} = a_7$ ，則 $r + i + j$ 之值為 9-1 9-2。

10. 設一等比數列，前 n 項和 $S_n = 48$ ，前 $2n$ 項和 $S_{2n} = 120$ ，則前 $3n$ 項和 $S_{3n} =$ 10-1 10-2 10-3。

11. 某次數學考試平均分數為 40 分、標準差為 5 分，將原成績調整如下：

調整分數 $= \frac{\text{原分數}}{3} + 50$ 。若在甲生調整後的分數經標準化計算為 0.2，

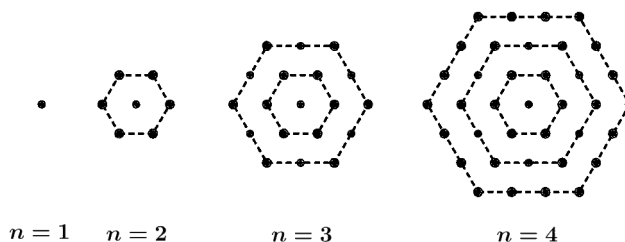
則甲生在調整前的原始分數為 11-1 11-2 分。

12. 在某十字路口設置一個偵測器，偵測交通流量 (x ：每分鐘通過機車車輛數) 與空氣中灰塵粒子濃度 (y) 的數據如下表：求 y 對 x 的最適直線方程式並計算當有 20 輛機車通過時，空氣中灰塵粒子濃度的預測值為 12-1 12-2。

x	15	18	24	27	33	27
y	10	16	16	24	28	26

13. $(1 + 2 + \cdots + n) + (2 + 4 + \cdots + 2n) + \cdots + (n + 2n + \cdots + n^2) = 14400$ ，則 $n =$ 13-1 13-2。

14. 用大小相同的圓點，一邊排 n 個圓點的正六邊形，共需圓點 a_n 個，例：當 $n = 3$ ，得 $a_3 = 19$ ，求 $a_{10} =$ 14-1 14-2 14-3。



15. 一數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_1 = 2, a_2 = 8$ ，且當 $n > 1$ 時， $\sqrt{a_n} = \frac{\sqrt{a_{n-1}} + \sqrt{a_{n+1}}}{2}$ ，

試求 $a_{20} =$ 15-1 15-2 15-3。

16. 設有 4 個二維數據 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), (x_4, y_4)$, 其統計資料為：

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 12, y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 8, x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 44,$$

$$y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 + y_4^2 = 18。如果阿華求最適直線方程式時，不慎將斜率公式誤植為$$

$$\frac{(x_1 + \mu_x)(y_1 + \mu_y) + (x_2 + \mu_x)(y_2 + \mu_y) + (x_3 + \mu_x)(y_3 + \mu_y) + (x_4 + \mu_x)(y_4 + \mu_y)}{(y_1 + \mu_y)^2 + (y_2 + \mu_y)^2 + (y_3 + \mu_y)^2 + (y_4 + \mu_y)^2}$$

，求得斜率為 $\frac{47}{33}$ ，其餘計算沒有錯誤，請求出正確的最適直線，並且利用最

適直線方程式預估當 $x = 2$ 的時候， y 的預估值為 $\frac{\textcircled{16-1}}{\textcircled{16-2}}$ 。

四、計算證明題（占 10 分）

說明：第 17 題。

17. 已知對所有正整數 n , 已知 $2^{n+2} + 7^n$ 是某一個質數 p 的倍數，試求出 p ，並以數學歸納法證明之。

参考答案

1. 3 2. 4 3. 4

4. 134 5. 245

6. $\frac{300}{13}$

7. $\sqrt{79}$

8. $\frac{29}{40}$

9. 17

10. 228

11. 71

12. 16

13. 15

14. 271

15. 800

16. $\frac{9}{4}$

17. $p = 5$