

台南市台南一中 112 下高二第二次期中考

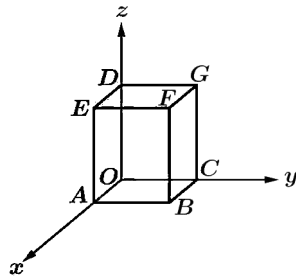
一、單選題（占 10 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題 5 分。

1. 點 $P(1, 0, 1)$ 到直線 $L: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+2}{2}$ 的距離為何？

- (1) 1
- (2) 2
- (3) 3
- (4) 4
- (5) 5

2. 如圖， $OABC - DEFG$ 是一個長方體， $O(0, 0, 0)$ ， $A(1, 0, 0)$ ， $C(0, 2, 0)$ ， $D(0, 0, 3)$ ，則平面 ACD 與平面 BGE 的距離為何？



- (1) $\frac{1}{2}$
- (2) $\frac{3}{7}$
- (3) $\frac{2}{3}$
- (4) $\frac{6}{7}$
- (5) 1

二、多選題（占 10 分）

說明：第 3 題至第 4 題，每題 5 分。(5-3-1-0)

3. 下列哪些直線與 x 軸是互相歪斜的？

$$(1) L_1 : \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$(2) L_2 : \begin{cases} y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$$

$$(3) L_3 : \begin{cases} x + y = 1 \\ z = 0 \end{cases}$$

$$(4) \ L_4 : \begin{cases} y + z = 1 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$(5) \ L_5 : \begin{cases} x + z = 0 \\ y = 1 \end{cases}$$

4. 空間中有兩條直線 $L_1: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{a} = \frac{z-2}{3}$, $L_2: \frac{x+1}{3} = \frac{y}{6} = \frac{z+2}{b}$, 下列選項中的敘述哪些是正確的？

(1) 若 $L_1 // L_2$ ，則 $a = 2$ ， $b = 9$

(2) 若 $L_1 // L_2$, 則 $d(L_1, L_2) = \frac{3\sqrt{42}}{14}$

(3) 若 $a = 3$ ， $b = 10$ ，則 L_1 與 L_2 恰有一個交點

(4) 若 $a = 3$, $b = 10$, 則恰有一直線同時與 L_1 及 L_2 垂直

(5) 若有一正四面體的兩個不相交的稜線分別在 L_1 與 L_2 上，則 $a + 2b + 1 = 0$

三、填充題（占 70 分）

說明：第 5 題至第 17 題，每題 5 分。

5. 點 $A(1, 2, 3)$ 在平面 E 上的投影點為 $B(1, 2, -3)$ ，則平面 E 的方程式為【 】。

6. 平面 $E: 2x - y + 3z - 6 = 0$ 與三坐標平面所圍出的四面體的體積為【 】。

7. 直線 $L: \begin{cases} x+y+z=3 \\ 2x-y+3z=0 \end{cases}$ 與 xy 平面的交點坐標為【 】。

8. 若兩平面 $E_1: 2x-y+2z=1$, $E_2: 2x+3y-6z=2$ 的銳夾角為 θ , 則 $\tan \theta$ 之值為【 】。

9. 直線 $L: \begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=3+3t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$ 在平面 E 上, 點 $P(3, 2, 1)$ 也在平面 E 上, 則平面 E 的 x 截距為【 】。

10. 已知平面 $E: 2x+y+2z=5$, 平面 F 過點 $(3, 7, 7)$, 且知 $F//E$, 則坐標原點 $O(0, 0, 0)$ 到平面 F 的距離 $d(O, F) =$ 【 】。

11. 空間中, 直線 L 通過 $A(0, 2, 4)$ 、 $B(6, -1, 1)$ 兩點, 平面 E 通過點 $O(0, 0, 0)$ 。若 L 與 E 垂直, 則 L 與 E 的交點坐標為【 】。

12. 空間中 $L_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = z-2$ 、 $L_2: x = \frac{y}{2} = -z$, 若同時與 L_1 及 L_2 垂直的直線方程式為 $L: \frac{x-\alpha}{a} = \frac{y-\beta}{b} = z-1$, 則序組 $(a, b, \alpha, \beta) =$ 【 】。

[提示: L_1 與 L_2 恰交一點]

13. 空間中 $L_1: \frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{1-z}{2}$ 、 $L_2: x+6 = y-6 = z+5$,

若同時與 L_1 及 L_2 垂直的直線方程式為 $L: \frac{x-\alpha}{a} = \frac{y-\beta}{b} = z+3$,

則序組 $(a, b, \alpha, \beta) =$ 【 】。

[提示: L_1 與 L_2 互為歪斜線]

14. 坐標空間中平面 $F: x-y-3z=1$ 上有兩相異直線 $L: \frac{x}{2}-1 = -y+1 = z$ 與 M 。

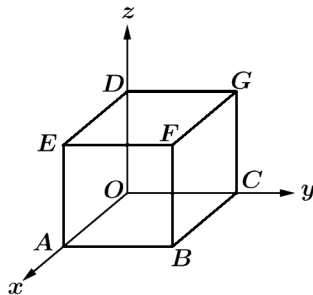
已知直線 L 也在另一平面 E 上, 且直線 M 在平面 E 的投影恰與直線 L 重合, 則平面 E 的方程式為【 】。

15. 空間坐標中，正立方體的八個頂點 $O(0,0,0)$ 、

$A(1,0,0)$ 、 $B(1,1,0)$ 、 $C(0,1,0)$ 、 $D(0,0,1)$ 、

$E(1,0,1)$ 、 $F(1,1,1)$ 、 $G(0,1,1)$ ，則平面

$\Gamma: x - y - 4z + 2 = 0$ 與正立方體所截出的四邊形之面積為【 】。



16. 點 P 是直線 $L: x = y = 1 - z$ 上的動點，點 A 是 xy 平面上圓 $C: \begin{cases} z = 0 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$ 上的動點，則 $\overline{AP}$ 的最小值為【 】。

17. 已知方程組 $\begin{cases} x + ay - az = 1 \\ x + ay + az = 1 \\ ax - y + z = -a \end{cases}$ 恰有一組解，則此解為【 】。(以 a 表示)

四、計算證明題（占 15 分）

說明：第 18 題，每題 8 分；第 19 題，每題 7 分。

18. 證明：點面距離公式

點 $P(x_0, y_0, z_0)$ 到平面 $E: ax + by + cz + d = 0$ 的距離為

$$d(P, E) = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}。$$

• $P(x_0, y_0, z_0)$



19. 已知兩點 $A(2, 2, 4)$ 、 $B(5, 3, 12)$ 及平面 $E: x + 2y + 2z = 2$ ，則線段在平面 E 上的正射影長為何？

参考答案

1. 3 2. 4

3. 145 4. 124

5. $z + 3 = 0$

6. 6

7. $(1, 2, 0)$

8. $\frac{8\sqrt{5}}{11}$

9. 0

10. 9

11. $(2, 1, 3)$

12. $(-5, 3, -1, -2)$

13. $(-5, 4, 2, 5)$

14. $4x + 7y - z - 15 = 0$

15. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$

16. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{3}$

17. $\left(\frac{1-a^2}{1+a^2}, \frac{2a}{1+a^2}, 0\right)$

18. 略

19. 5