

台南市台南一中 112 下高一期末考

第壹部分：選擇（填）題（占 86 分）

一、單選題（占 35 分）

說明：第 1 題至第 7 題，每題 5 分。

1. $\sin^2 61^\circ + \cos^2 119^\circ + \cos 300^\circ + \tan 135^\circ + \sin 210^\circ + \cos (-180^\circ) + \sin 270^\circ$ 的值為下列哪一個選項？

(1) $-2 - \frac{\sqrt{3}}{2}$

(2) -2

(3) 0

(4) 2

(5) $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$

2. 平面直角坐標中一直線 L 通過 $(3, -2)$ 、 $(-1, 4)$ 。已知 L 與 x 軸的銳夾角為 θ ，則下列哪一個選項為 θ 所在範圍？

(1) $0^\circ < \theta < 30^\circ$

(2) $30^\circ < \theta < 45^\circ$

(3) $45^\circ < \theta < 60^\circ$

(4) $60^\circ < \theta < 75^\circ$

(5) $75^\circ < \theta < 90^\circ$

3. 一漁船海中向東行駛，於 A 處發現燈塔 P 在東 37° 北的方位；繼續向東行駛 100 海哩至 B 處再測得燈塔 P 位於東 53° 北的方位。假若漁船航行方向不變，請問燈塔 P 與漁船最近的距離約為多少海哩？

(計算參考值： $\sin 37^\circ \approx \frac{3}{5}$ ， $\sin 53^\circ \approx \frac{4}{5}$ ，請選出最接近的答案)

(1) 156 海哩

(2) 161 海哩

(3) 166 海哩

(4) 171 海哩

(5) 176 海哩

4. 五個三角函數中： $a = \sin 111^\circ$ ， $b = \cos 222^\circ$ ， $c = \tan 333^\circ$ ， $d = \sin 444^\circ$ ， $e = \cos 555^\circ$ ，最大值是哪一個？

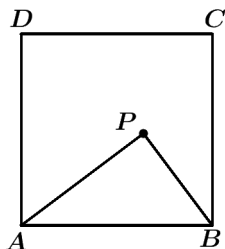
- (1) a
- (2) b
- (3) c
- (4) d
- (5) e

5. $\triangle ABC$ 的外接圓圓心為 O ，已知 $\angle A = 15^\circ$ 、 $\angle B = 30^\circ$ 、 $\overline{AB} = 4$ ，則 $\triangle OBC$ 之面積 = ？

- (1) 2
- (2) $2\sqrt{3}$
- (3) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{3}}{2}$
- (4) $\sqrt{6}$
- (5) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$

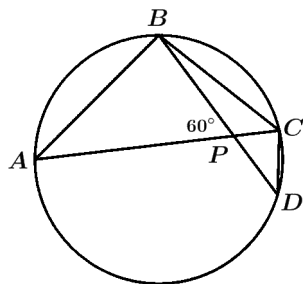
6. 如圖，正方形 $ABCD$ 邊長為 10 單位，內部有一點 P ，其中 $\overline{PA} = 8$ ， $\overline{PB} = 6$ ，試問： $\overline{PC}$ 長度 = ？

- (1) $2\sqrt{5}$
- (2) $3\sqrt{5}$
- (3) $4\sqrt{2}$
- (4) $5\sqrt{2}$
- (5) $2\sqrt{10}$



7. 如圖，一圓內有兩條弦 $\overline{AC}$ ， $\overline{BD}$ 相交於 P 點，已知 $\angle APB = 60^\circ$ ， $\overline{CD} = \sqrt{3} - 1$ 且外接圓半徑為 $\sqrt{2}$ ，則 $\overline{AB}$ 長為何？

- (1) 2
- (2) $\sqrt{2}$
- (3) $\sqrt{3}$
- (4) $\sqrt{3} + 1$
- (5) $\sqrt{6} - \sqrt{2}$



二、多選題（占 21 分）

說明：第 8 題至第 10 題，每題 7 分。(7-5-3-0)

8. 如圖，單位圓（半徑為 1 單位）圓心為原點 O ，過圓上一點 P （第一象限）做切線 $\overleftrightarrow{AB}$ 交 x 軸、 y 軸交於 A 、 B ，已知 $\overline{OP} = 1$ ， $\overline{AB} = 3$ ， $\angle AOP = \theta$ ，則下列選項哪些正確？

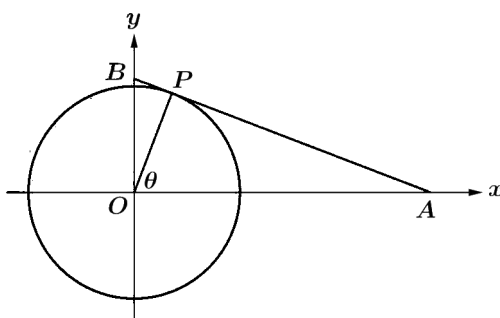
(1) $\overline{BP} = \cos \theta$

(2) $\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} = 3$

(3) $\sin \theta \times \cos \theta = \frac{1}{3}$

(4) $(\overline{OA} + \overline{OB})^2 = 20$

(5) $(\overline{OA} - \overline{OB})^2 = 3$



9. 在坐標平面上，廣義角 θ 的頂點為原點 O ，始邊為 x 軸的正向，在直線 $y = -5$ 上取相異三點 A 、 B 、 C 分別對應的廣義角為 θ_1 、 θ_2 、 θ_3 。已知 B 為 $\overline{AC}$ 的中點，則下列選項哪些正確？

(1) $\sin \theta_1$ 、 $\sin \theta_2$ 、 $\sin \theta_3$ 都小於 0

(2) 若 $\cos \theta_2 = 0$ ，則 $\cos \theta_1 \times \cos \theta_3$ 可能大於 0

(3) 若 $\sin \theta_1 = -1$ ，則 $\tan \theta_2 \times \tan \theta_3 > 0$

(4) 若 θ_1 、 θ_2 、 θ_3 均非象限角，則 $\cos \theta_1$ 、 $\cos \theta_2$ 、 $\cos \theta_3$ 成等差

(5) 若 θ_1 、 θ_2 、 θ_3 均非象限角，則 $\frac{1}{\tan \theta_1}$ 、 $\frac{1}{\tan \theta_2}$ 、 $\frac{1}{\tan \theta_3}$ 成等差

10. $\triangle ABC$ 中， $\overline{BC}$ 、 $\overline{CA}$ 、 $\overline{AB}$ 邊上的高分別為 $h_a = 12$ 、 $h_b = 8$ 、 $h_c = 6$ ，其中三邊長 $\overline{BC} = a$ 、 $\overline{CA} = b$ 、 $\overline{AB} = c$ ，則下列選項哪些正確？

(1) $\sin A : \sin B : \sin C = 3 : 4 : 6$

(2) $\cos A = -\frac{7}{8}$

(3) $\sin A = \frac{\sqrt{15}}{8}$

(4) $b = \frac{24}{\sqrt{15}}$

(5) $\triangle ABC$ 的面積 = $\frac{192}{\sqrt{15}}$

三、填充題（占 30 分）

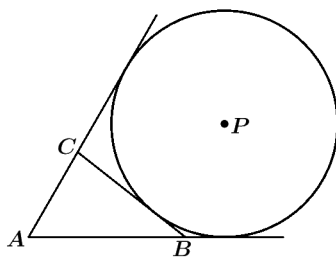
說明：第 11 題至第 16 題，每題 5 分。

11. θ 為銳角且 $3 \sin^2 \theta = 7 - 8 \cos \theta$ ，則 $\tan \theta =$ 【 】。(化成最簡根式)

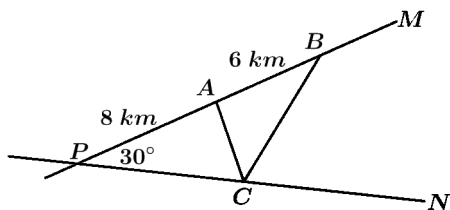
12. 若 $180^\circ < \theta < 360^\circ$ 且 $\sin(-2024^\circ) + \cos \theta = 0$ ，則 $\theta =$ 【 】度。

13. 已知 A 、 B 兩點的極坐標分別為 $[2, 0]$ 、 $[6, 120^\circ]$ ， M 為 $\overline{AB}$ 中點且 M 的極坐標為 $[r, \theta]$ ，其中 $r > 0$ ， $0^\circ < \theta < 360^\circ$ ，則數對 $(r, \tan \theta) =$ 【 】。(化成最簡根式)

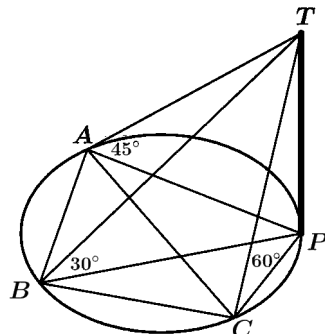
14. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{CA} = 5$ ， $\overline{AB} = 8$ ， $\angle A = 60^\circ$ ，有一圓圓心為 P 且 P 不在 $\triangle ABC$ 內部，此圓又與 $\overrightarrow{AB}$ 、 $\overrightarrow{AC}$ 、 $\overline{BC}$ 均相切，求此圓的半徑 =【 】。(化成最簡根式)



15. 如圖，沙漠中有兩條筆直公路 M 、 N 交於 P 點且兩公路夾角 30° ，於公路 M 上有兩城鎮 A 、 B ，其中 A 位於 P 、 B 之間，且已知 P 與 A 城鎮相距 8 km 、 A 與 B 城鎮相距 6 km 。由於公路 N 沒有城鎮，想在 N 上設置一城鎮 C 且先建造兩條公路 $\overline{AC}$ 及 $\overline{BC}$ 以方便交通，基於經費考量， $\overline{AC} + \overline{BC}$ 長度和必須最小，試問： $\overline{AC} + \overline{BC}$ 長度和最小為【 】公里。(化成最簡根式)



16. 遊樂區內有一座圓形湖泊，其半徑為 600 公尺。在湖岸有 A 、 B 、 C 三處休憩點及 P 處一座垂直湖面電信高塔 $\overline{PT}$ 。從 A 、 B 、 C 三處測得高塔頂端 T 的仰角分別為 45° 、 30° 、 60° ，且 $\sin \angle BAC = \frac{1}{2}$ ， $\sin \angle BCA = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，試問高塔 $\overline{PT}$ 的高度為【 】公尺。(化成最簡根式)

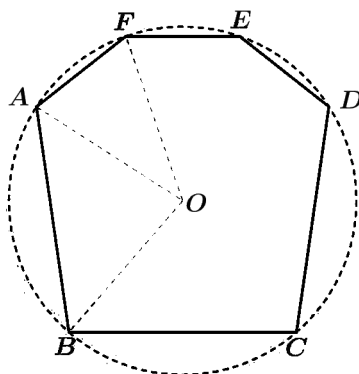
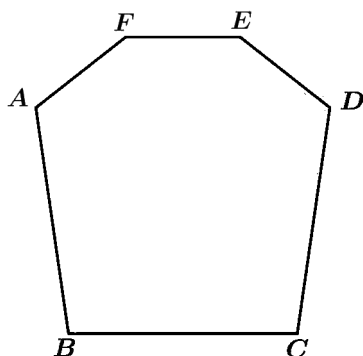


第貳部分：混合題（占 14 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

17 — 19 題組

有一座古蹟門廊有修護必要，入口門的形狀為一六邊形 $ABCDEF$ ，依據調查，六邊形的六個頂點均在一個圓上且 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = 6\text{ m}$ ， $\overline{DE} = \overline{EF} = \overline{FA} = 3\text{ m}$ ，必須要算出其他資料完成修護工作，假設六邊形外接圓圓心為 O ，試問：



17. $\angle BOF = \alpha$, $\angle BAF = \beta$, 則下列哪一個選項為正確? (單選題, 3 分)

(1) $\cos \alpha = 0$, $\cos \beta = -\frac{1}{2}$

(2) $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$, $\cos \beta = -\frac{1}{2}$

(3) $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos \beta = -\frac{1}{2}$

(4) $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$, $\cos \beta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

(5) $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$, $\cos \beta = 0$

18. 六邊形外接圓半徑為何? (非選擇題, 6 分)

19. 六邊形 $ABCDEF$ 的面積為何? (非選擇題, 5 分)

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 2

2. 3

3. 4

4. 4

5. 1

6. 5

7. 1

8. 235

9. 135

10. 35

11. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

12. 226

13. $(\sqrt{7}, -3\sqrt{3})$

14. $\frac{10\sqrt{3}}{3}$

15. $2\sqrt{37}$

16. $\frac{600\sqrt{55}}{11}$

第貳部分：混合題

17. 2

18. $\sqrt{21}$

19. $\frac{117\sqrt{3}}{4}$