

台南市台南女中 112 上高三第一次期中考

一、單選題（占 6 分）

說明：第 1 題，每題 6 分。

1. 已知函數 $f(x) = \log x$ ， $g(x) = x^2 - 2x - 3$ ，求 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的合成函數 $(f \circ g)(x)$ 的定義域為

- (1) $(-\infty, \infty)$
- (2) $(0, \infty)$
- (3) $(3, \infty)$
- (4) $(-\infty, -1) \cup (3, \infty)$
- (5) $(-\infty, -1)$

二、多選題（占 40 分）

說明：第 2 題至第 6 題，每題 8 分。(8-5-2-0)

2. 已知函數 $f_1(x) = x^3 + 1$ ， $f_2(x) = (x - 1)^2$ ， $f_3(x) = [x]$ ， $f_4(x) = \cos x$ ， $f_5(x) = \frac{|x|}{x}$ ，

試選出正確的選項。

- (1) $f_1(x)$ 為奇函數
- (2) $f_2(x)$ 為偶函數
- (3) $f_3(x)$ 為奇函數
- (4) $f_4(x)$ 的圖形對稱於 y 軸
- (5) $f_5(x)$ 的圖形對稱於原點

3. 試問下列哪些函數在 $x = 0$ 的極限存在？

$$(1) f_1(x) = \frac{x + |x|}{x}$$

$$(2) f_2(x) = x \times \sin \frac{1}{x}$$

$$(3) f_3(x) = x \times \left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor$$

$$(4) f_4(x) = [x] + \sqrt{x - [x]}$$

$$(5) f_5(x) = \begin{cases} 2x + 1, & \text{當 } x \neq 0 \\ 2, & \text{當 } x = 0 \end{cases}$$

4. 請選出在 $x = 0$ 處可微分 (導數存在) 的函數。

$$(1) f_1(x) = |x|$$

$$(2) f_2(x) = |x^2 - 1|$$

$$(3) f_3(x) = \frac{\sqrt{x^2}}{x}$$

$$(4) f_4(x) = |x| \sqrt{x^2 + 1}$$

$$(5) f_5(x) = x^2 \times [x]$$

5. 設 $f(x)$ 為一實數值函數。已知極限 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{|x^2 - 1|}$ 存在，試選出正確的選項。

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x - 1} \text{ 存在}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x + 1} \text{ 存在}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)^2}{(x - 1)^2} \text{ 存在}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{(x - 1)^2} \text{ 存在}$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{(x + 1)^2} \text{ 存在}$$

6. 若函數 $f(x)$ 、 $g(x)$ 及 $h(x)$ 在 $x=2$ 及某個包含 2 的開區間內有定義，且 $f(x)$ 在 $x=2$ 處可微分， $g(x)$ 在 $x=2$ 處連續， $h(x)$ 在 $x=2$ 極限存在。下列哪些選項是正確的？

(1) 函數 $x^3 f(x)$ 在 $x=2$ 可微分

(2) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)g(x) = f(2)g(2)$

(3) $\lim_{x \rightarrow 2} g(x)h(x) = g(2)h(2)$

(4) $\lim_{x \rightarrow 2} f(g(x)) = f(g(2))$

(5) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x^2) = f(4)$

三、填充題（占 54 分）

說明：第 7 題至第 14 題，每格 6 分。

7. 已知三次多項式 $f(x)$ 滿足 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 1$ ， $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 2$ ，

求 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{x} = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

8. 設函數 $f(x) = ax + |2x - 4| + 1$ ，若兩函數 $y = f(x)$ 與 $y = g(x)$ 互為反函數，且 $y = g(x)$ 的圖形通過點 $(0, 1)$ ，則 $f(3) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

9. 試求下列各值：

(1) $f(x) = \frac{(1-x)(2-x)(27-x^3)}{(1+x)(2+x)(3+x)}$ ，求 $f'(3) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

(2) $g(x) = \frac{5x+1}{2x^2-3x-1}$ ，求 $g'(1) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

10. 已知三次多項式函數 $f(x)$ 的對稱中心為 $(2, 8)$ ，且過 $f(x)$ 圖形上一點 $P(1, 4)$ 的切線方程式為 $2x - y + 2 = 0$ ，求 $f(5) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

11. 設函數 $f(x)$ 定義如下：

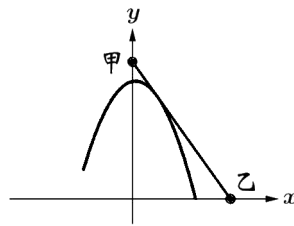
$$f(x) = \begin{cases} x-1 & , \text{當 } x \leq -1 \\ ax^2 + bx + c & , \text{當 } -1 < x < 1 \\ d-2x & , \text{當 } x \geq 1 \end{cases}$$

若 $f(x)$ 是一個可微分函數，求 $d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

12. 設 $f(x)$ 、 $g(x)$ 為可微分函數，且 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)+1}{x-1} = 2$ ， $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x)-8}{x-1} = 3$ ，令 $h(x) = f(x)g(x)$ ，則 $h'(1) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

13. 函數 $f(x) = (2x+3)^5 \cdot (x^3+2x^2-1)^6$ 在 $x = -2$ 附近的一次估計為 $ax+b$ ，求 $a+b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

14. 在坐標平面上，假設有一高牆的邊界是函數 $f(x) = -4x^2 + x + 24$ ($-3 \leq x \leq 3$) 的圖形，乙站在點 $(4, 0)$ 處，甲站在 y 軸上某處，請問：甲至少要距離 x 軸 $\underline{\hspace{2cm}}$ 單位長才會看到乙。



參考答案

1. 4

2. 45 3. 2345 4. 25 5. 235 6. 12

7. 42

8. -6

9. (1) $-\frac{9}{20}$; (2) -4

10. -4

11. -1

12. 13

13. 101

14. 28